



وفق الأطر المرجعية
المحيطة لوزارة التربية
الوطنية PC

Source Image : Parachute Air
Club du Maroc beni mellal

ملخص لدروس مادة الفيزياء

SCIENCES PHYSIQUES

الأستاذ : عمار بناني
جهة بني ملال خنيفرة



الفهرس

وفق الأطر المرجعية المعينة
لوزارة التربية الوطنية PC



01 - الأسئلة التي تطرح على الفيزيائي

02 - الموجات الميكانيكية المتوالية

03 - الموجات الميكانيكية المتوالية الدورية

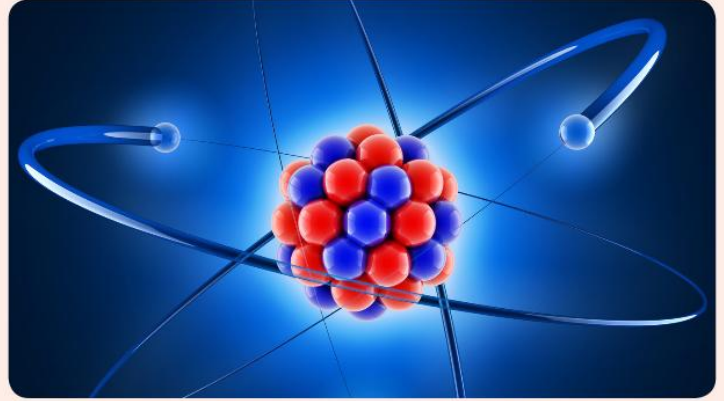
04 - إنتشار موجة ضوئية

فصل الموجات

فصل التحولات النووية

01 - التناقص الإشعاعي

02 - النوى ، الكتلة والطاقة



01 - ثنائي القطب RC

02 - ثنائي القطب RL

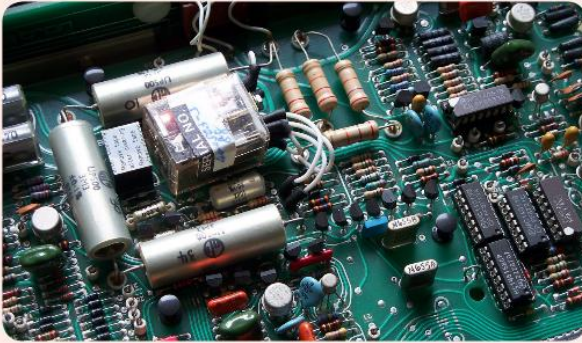
03 - التذبذبات الحرة في دارة RLC متوالية

04 - التذبذبات القسرية في دارة RLC متوالية

05 - الموجة الكهرومغناطيسية - نقل المعلومة

06 - تضمين الوسع

فصل الكهرباء



01 - قوانين نيوتن

02 - تطبيقات السقوط الرأسي لجسم صلب

03 - تطبيقات الحركات المستوية

04 - تطبيقات الأقمار الاصطناعية والكواكب

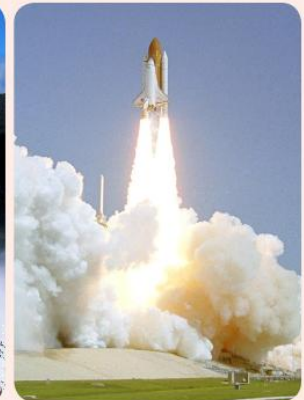
05 - حركة دوران جسم صلب حول محور ثابت

06 - المجموعات الميكانيكية المتذبذبة

07 - المظاهر الطاقية

08 - الذرة وميكانيك نيوتن

فصل الميكانيك





الكفايات المستهدفة

كفايات مناوالتية

- تعرف وتسمية أدوات وأجهزة مخبرية.
- تنفيذ بروتوكول تجريبي واستعمال الأجهزة والأدوات المطلوبة.
- احترام احتياطات السلامة عند استعمال الأدوات والأجهزة المخبرية.
- إنجاز تبيانة تركيب تجريبي.
- إنجاز تركيب تجريبي انطلاقا من تبيانة.

كفايات تجريبية

- صياغة فرضية متعلقة بحدث يمكن حدوثه أو بعامل يمكن أن يؤثر على ظاهرة ما .
- اقتراح تجربة لتمحيص فرضية أو استجابة لهدف محدد .
- اختيار أدوات مناسبة لإنجاز مناولة ما مع تبرير الاختيار .
- وصف تجربة أو ظاهرة .
- تحليل نتائج تجريبية و مجابقتها مع توقعات نموذج مقترح .

كفايات مستعرضة

- اتخاذ مواقف إيجابية تجاه القضايا الكبرى في مجالات البيئة والصحة والوقاية والاستهلاك .
- استعمال المتجهات، والعمليات الرياضية الموافقة (الإحداثيات، الإضافة، الجداء السلمي).
- استعمال الدوال المقررة في مادة الرياضيات.
- استغلال جدول قيم أو قياسات.
- استعمال الحاسوب لمعالجة المعطيات.
- القيام ببحث وثائقي، واختيار المعلومات المناسبة حسب معايير محددة سلفا.

كفايات علمية

- تعرف العوامل المؤثرة على ظاهرة فيزيائية أو كيميائية.
- ربط نموذج بظاهرة ما .
- مناقشة مدى ملاءمة وتناسق تحليل علمي ما .
- استعمال الوحدات المناسبة.
- تقدير رتبة قدر نتيجة ما.
- استعمال لغة علمية مناسبة.
- تحليل تجربة أو وثيقة بطريقة علمية.
- إنجاز منحى انطلاقا من مجموعة قياسات.
- معرفة استثمار منحى.



الأسئلة التي تطرح على الفيزيائي

01

المحتوى

- بعض أنشطة الفيزيائي و أدوار الفيزياء في المجتمع .
- بعض الأسئلة التي تواجه الفيزيائي خلال أنشطته المهنية.



الأسئلة التي تطرح على الفيزيائي

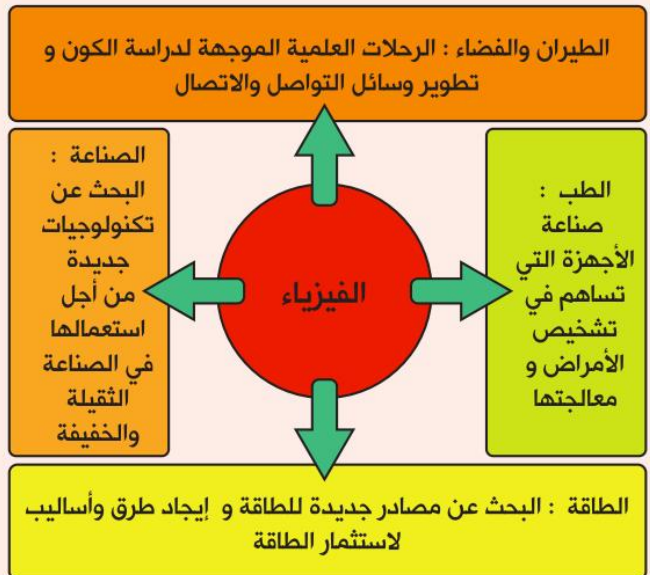
- أ- ملاحظة الظاهرة المراد دراستها مع طرح مجموعة من الأسئلة التي لها ارتباط بالظاهرة . مثال :
- ماهي المقادير المناسبة التي تسمح بدراسة الظاهرة ؟
 - ماهي البارامترات الخارجية التي تتحكم في تطور الظاهرة ؟
 - هل تطور الظاهرة سريع أم بطيء ؟ هل هو رتيب أم متغير ؟ هل هو دوري أم لادوري ؟
- ب- الفرضية وهي عبارة عن أجوبة محتملة للأسئلة
- ج- التجربة وتجري في المختبر من خلال نمذجة الظاهرة وهي ضرورية لتأكيد صلاحية الفرضية أو تفنيدها
- د- الاستنتاج بوضع علاقة رياضية تربط بين البارامترات الخارجية .
- هـ- التعميم بعد التأكد من صلاحية العلاقة في تجارب متعددة وهذا يمكن من صياغة قانون أو مبدأ أو قاعدة.

الفيزياء علم يعتمد على الطريقة التجريبية التي اعتمدت منذ عهد غاليلي Galilée ، ينهمك الفيزيائيون في إعداد نماذج بسيطة وإثبات صحتها وذلك بمقابلة أوصافها النظرية مع نتائج التجربة، اعتمادا على المراحل التالية :

- يبدأ الفيزيائيون بملاحظة الظواهر الطبيعية حريصين على تبسيط الواقع بغية تشخيص المقادير الفيزيائية الملائمة.
- بناء نماذج بسيطة بناء على المقادير الفيزيائية.
- يرجع الفيزيائيون إلى الواقع من أجل التأكد من صحة و صلفهم....
- عندما يمر كاشف التجربة بنجاح، ويضحي النموذج مثبتا وراسخا، يفتح آنذاك باب لفيزياء تنبئية؛ إذ يعتبر التنبؤ إحدى الميزات الأساسية لعلم الفيزياء.

01 دور الفيزياء في المجتمع

تلعب الفيزياء دورا كبيرا في التطور الذي يعرفه العصر الحالي حيث يمكن للفيزيائي أن يساهم في تطور الكثير من الميادين، ومن بينها :



02 الأسئلة التي تطرح على الفيزيائي

من أجل فهم وتحليل ظاهرة ما ، يستعمل الفيزيائي المنهج التجريبي الذي يتلخص في المراحل التالية :



الموجات الميكانيكية المتوالية

02

المحتوى

- تعريف الموجة الميكانيكية وسرعة انتشارها .
- الموجات الطولية والمستعرضة وخواصها .
- الموجة المتوالية في وسط أحادي البعد .
- مفهوم التأخر الزمني.

المعارف والمهارات المستهدفة

- تعريف الموجة الميكانيكية وسرعة انتشارها .
- تعريف الموجة الطولية والموجة المستعرضة .
- معرفة واستغلال الخواص العامة للموجات .
- تعريف الموجة المتوالية أحادية البعد ومعرفة العلاقة بين استطالة نقطة من وسط الانتشار واستطالة المنبع .
- استغلال العلاقة بين التأخر الزمني، والمسافة وسرعة الانتشار .
- استغلال وثائق تجريبية ومعطيات لتحديد : مسافة، التأخر الزمني، سرعة الانتشار .
- إنجاز تركيب تجريبي (راسم التذبذب) لقياس التأخر الزمني أو سرعة الانتشار عند انتشار موجة.

الموجات الميكانيكية المتوالية

02 الخواص العامة للموجات

- **إتجاه إنتشار موجة** : تنتشر الموجة إنطلاقا من منبعها S في جميع الإتجاهات المتاحة لها .

* تكون الموجة أحادية البعد (1D) إذا انتشرت في اتجاه واحد . مثال : انتشار موجة طول حبل .

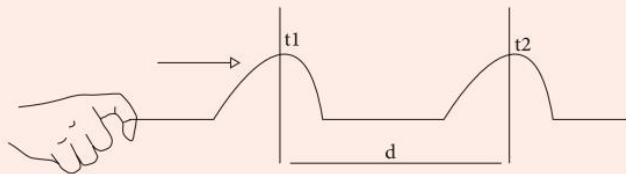
* تكون الموجة ثنائية البعد (2D) إذا انتشرت في مستوى واحد . مثال : انتشار موجة على سطح الماء .

* تكون الموجة ثلاثية البعد (3D) إذا انتشرت في جميع الاتجاهات . مثال : موجة صوتية .

- **تراكب موجتين ميكانيكيتين** : عند إلتقاء موجتين ميكانيكيتين ، فإنهما تتراكبان وبعد الإلتقاء يستمر إنتشار كل منهما دون تأثير ناتج عن تراكبهما .

03 سرعة انتشار موجة

- **تعريف** : تقطع الموجة المسافة d خلال مدة زمنية Δt فتكون سرعة إنتشار الموجة هي :



$$v = \frac{d}{\Delta t}$$

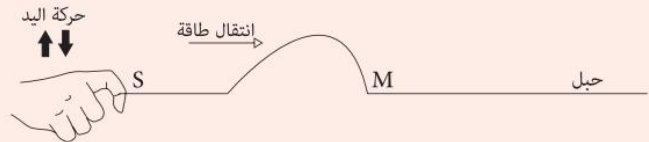
$m.s^{-1}$
 m

- **العوامل المؤثرة على سرعة إنتشار الموجة** :

* مرونة الوسط : إذا إزداد T توتر الحبل تزداد v .

* قصور الوسط : إذا إزدادت μ الكتلة الطولية للحبل تنقص السرعة v . وكذلك تنقص السرعة v عند إزداد قصور وسط الإنتشار .

01 الموجات الميكانيكية

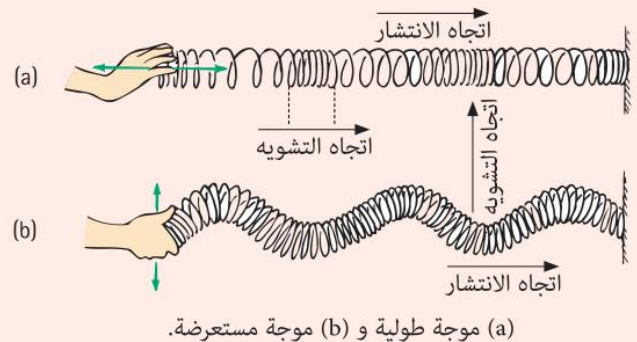


- **تعريف الموجة الميكانيكية** : هي ظاهرة إنتشار تشوه (إشارة أو طاقة)

في وسط مادي مرن دون إنتقال للمادة التي تكون هذا الوسط .

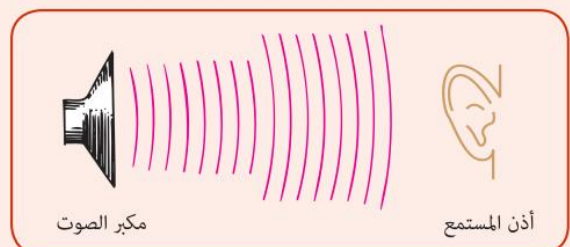
- **تعريف الموجة الميكانيكية المتوالية** : هي تتابع مستمر، لا ينقطع لإشارات ميكانيكية ناتجة عن إضطراب مصان ومستمر لمنبع S للموجات .

- ماهو الفرق بين الموجة المستعرضة والموجة الطولية : الموجة المستعرضة هي الموجة التي يكون فيها إتجاه التشويه عمودي على إتجاه الإنتشار . مثال : انتشار موجة طول حبل أو الموجة المائية. أما الموجة الطولية هي الموجة التي يكون فيها إتجاه التشويه على إستقامة واحدة مع إتجاه الإنتشار مثال : إنتشار موجة طولية طول نابض.



(a) موجة طولية و (b) موجة مستعرضة.

- **الموجة الصوتية** : الصوت موجة ميكانيكية طولية ينتشر نتيجة إنضغاط أو تمدد وسط الإنتشار، يتطلب إنتشار الصوت وسطا ماديا مرنا و ينتشر في الأجسام : السائلة - الصلبة - الغازية .



الموجات الميكانيكية المتوالية

أمثلة لبعض سرعات الانتشار

وسط الانتشار	الهواء (20C)	الهيليوم (0C)	الهيدروجين (0C)	الماء (20C)	الفولاذ
سرعة الانتشار (m/s)	3.4×10^2	9.65×10^2	1.28×10^3	1.48×10^3	5.94×10^3

- سرعة انتشار موجة طول حبل متوتر :

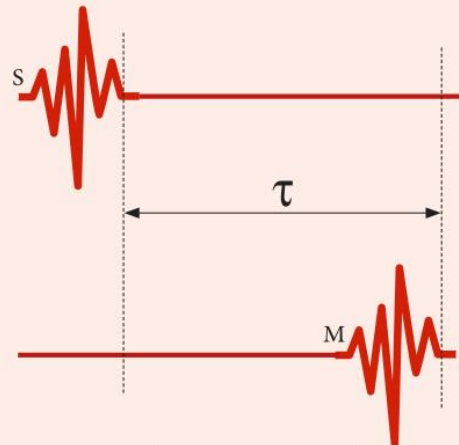
$$V = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

m.s^{-1} kg.m^{-1}

T توتر الحبل و μ الكتلة الطولية التي تساوي (m/l)

التأخر الزمني

04



التأخر الزمني : هو المدة الزمنية اللازمة لمرور الموجة من المصدر S الى النقطة M .

$$\tau = t_M - t_S$$

تعبير السرعة في هذه الحالة :

$$V = \frac{SM}{\tau}$$

الموجات الميكانيكية المتوالية الدورية

03

المحتوى

- مفهوم الموجة الميكانيكية المتوالية الدورية :
- الدورية الزمانية والدورية المكانية .
- الموجة المتوالية الجيبية : الدور والتردد وطول الموجة.
- إبراز التجريبي لظاهرة حيود موجة ميكانيكية متوالية جيبية.

المعارف والمهارات المستهدفة

- تعرف موجة متوالية دورية ودورها .
- تعريف الموجة المتوالية الجيبية والدور والتردد وطول الموجة .
- معرفة وتطبيق العلاقة : $\lambda = v.T$.
- معرفة شروط بروز ظاهرة الحيود .
- تعريف وسط مبدد .
- استغلال وثائق تجريبية للتعرف على ظاهرة الحيود وإبراز خاصيات الموجة المحيدة .
- إنجاز تركيب تجريبي يمكن من إبراز ظاهرة حيود الموجات الميكانيكية الصوتية وفوق الصوتية

الموجات الميكانيكية المتوالية الدورية

01 الموجات الميكانيكية المتوالية الدورية

- إذا كان : $N = k \cdot Ne$ أو $T = Te/k$ نحصل على توقف ظاهري لوسط الإنتشار في هذه الحالة.

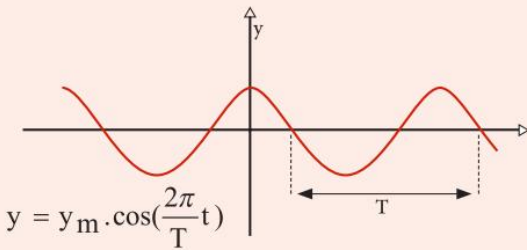
- إذا كان $Na > 0$ فإننا نلاحظ حركة ظاهرية بطيئة لها نفس منحى الحركة الحقيقية.

- إذا كان $Na < 0$ فإننا نلاحظ حركة ظاهرية بطيئة لها عكس منحى الحركة الحقيقية .

02 الموجات الميكانيكية المتوالية الجيبية

تعريف : الموجة المتوالية الدورية الجيبية هي موجة يكون المقدار الفيزيائي المقرون بها دالة جيبية بالنسبة للزمن ونكتب :

$$y = y_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$$



طول الموجة : طول الموجة λ هي المسافة التي تقطعها الموجة المتوالية الجيبية خلال مدة زمنية تساوي دور الموجة T .

$$\lambda = V \times T = \frac{V}{N}$$

Where V is in $m \cdot s^{-1}$ and N is in Hz .

تقوم نقطتان تفصل بينهما مسافة λ k (حيث k عدد صحيح طبيعي) بنفس الحركة في نفس الوقت ، نقول إن النقطتان تهتزان على توافق في الطور .

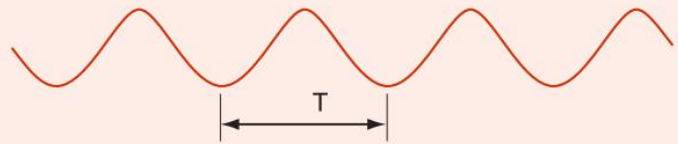
وتكون نقطتان تفصل بينهما مسافة $\frac{\lambda}{2} (2k + 1)$ على تعاكس في الطور .



تعريف : تكون الموجة المتوالية دورية إذا كان التطور الزمني للتشوه الحاصل لكل نقطة من وسط الإنتشار دوري .

أمثلة : موجة على سطح الماء - صوت آلة موسيقية - موجة طول حبل .

الدورية الزمنية T : الدور الزمني T لموجة متوالية دورية هو أصغر مدة زمنية تعود خلالها نقطة من الوسط الإنتشار إلى نفس الحالة الإهتزازية

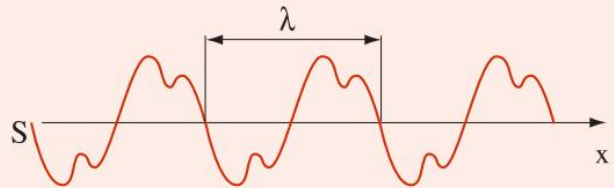


تردد الموجة N : هو مقلوب الدور T .

$$N = \frac{1}{T}$$

Where N is in Hz and T is in s .

الدورية المكانية λ : تظهر في وسط الإنتشار دورية مكانية λ في لحظة t إذا كانت حركة منبع الموجة دورية



استعمال الوماض لدراسة حركة دورية : الوماض جهاز يعطي ومضات

متتالية ترددها Ne ودوره Te حيث : $Ne = 1/Te$ يستعمل الوماض

لدراسة حركة دورية سريعة ترددها N ودورها T حيث :

$$N = 1/T$$

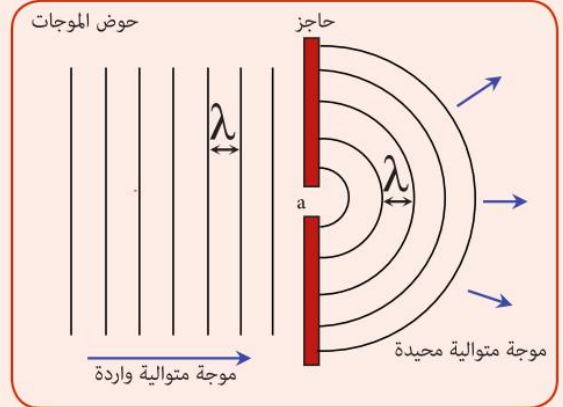
تردد الحركة الظاهرية هو :

$$Na = N - Ne$$

الموجات الميكانيكية المتوالية الدورية

ظاهرة الحيود Diffraction

03



تعريف: يحدث حيود موجة واردة على مستوى فتحة عرضها a يقارب طول الموجة الواردة أو أقل منها ($a < \lambda$)

خاصيات الموجة المحيدة: للموجتان الواردة والمحيدة نفس طول الموجة λ ونفس التردد N ونفس السرعة V .

ملحوظة: ليس هناك حيود للموجة الواردة إذا كان $a < \lambda$ طول فتحة الحاجز أكبر من طول الموجة

الوسط المبدد Dispersif

04

تعريف: إذا كانت سرعة إنتشار V الموجة المتوالية الجيبية في وسط ما تتعلق بتردد المنبع N ، نقول إن هذا الوسط مبدد .
مثال : يعتبر الماء وسط جد مبدد للموجات المتوالية عكس الغازات التي تعتبر مبددات ضعيفة.



إنتشار موجة ضوئية

04

المحتوى

- الإبراز التجريبي لظاهرة حيود الضوء.
- انتشار الضوء في الفراغ : النموذج الموجي للضوء .
- انتشار الضوء في الأوساط الشفافة : معامل الوسط
- الإبراز التجريبي لظاهرة تبديد الضوء بواسطة موشور.

المعارف والمهارات المستهدفة

- معرفة الطبيعة الموجية للضوء من خلال ظاهرة الحيود .
- معرفة تأثير بعد الفتحة أو الحاجز على ظاهرة الحيود.
- استثمار وثيقة أو شكل للحيود في حالة موجة ضوئية .
- معرفة وتطبيق العلاقة $\lambda = \frac{c}{v}$.
- تعريف الضوء الأحادي للون والضوء متعدد الألوان .
- معرفة حدود أطوال الموجات في الفراغ للطيف المرئي والألوان المطابقة لها .
- تحديد موضع الأشعة فوق البنفسجية وتحت الحمراء بالنسبة للطيف المرئي .
- معرفة أن الضوء ينتشر في الفراغ وفي الأوساط الشفافة
- معرفة أن تردد إشعاع أحادي اللون لا يتغير عند انتقاله من وسط شفاف إلى آخر .
- معرفة أن الأوساط الشفافة مبددة للضوء بدرجات مختلفة
- تحديد معامل وسط شفاف بالنسبة لتردد معين .
- إنجاز تركيب يسمح بإبراز ظاهرة الحيود في حالة الموجات الضوئية .
- القيام بقياسات للتحقق من ملائمة العلاقة : $\theta = \frac{\lambda}{a}$

إنتشار موجة ضوئية

التردد و طول الموجة : تتميز الموجة الضوئية الأحادية اللون بترددتها ν الذي لايتعلق بوسط الانتشار، و لايتغير عند انتقالها من وسط شفاف الى آخر.

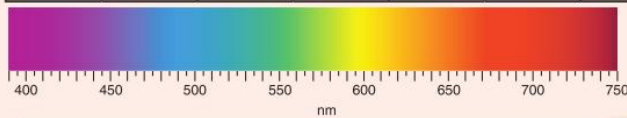
تعبير طول الموجة λ_0 لموجة أحادية اللون في الفراغ :

$$\lambda_0 = c \times T = \frac{c}{\nu}$$

الم : m ، $m.s^{-1}$ ، s ، Hz

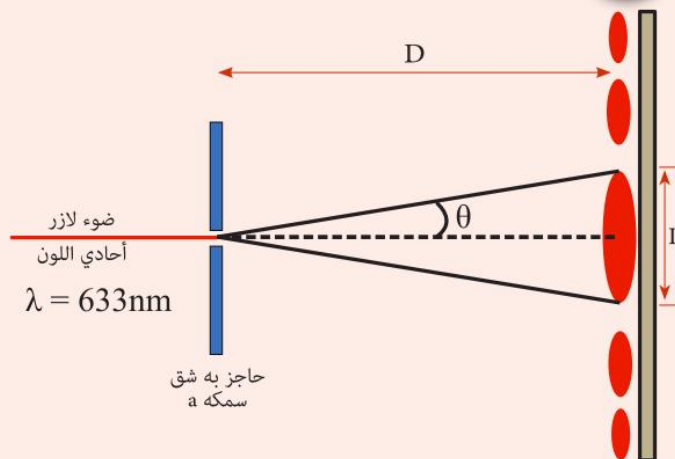
أمثلة لبعض أطوال موجات أضواء أحادية اللون :

لون الضوء	بنفسجي	أزرق	أخضر	أصفر	برتقالي	أحمر
طول الموجة ب nm	400-450	450-500	500-570	570-590	590-610	610-750



حيود موجة ضوئية أحادية اللون

03



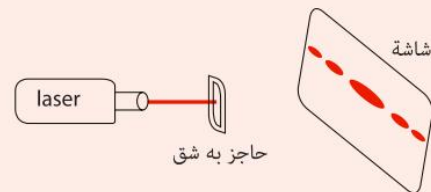
عندما نسلط شعاع لآزر أحادي اللون على حاجز به شق سمكه a نلاحظ تكون مجموعة من البقع الملونة على الشاشة تتوسطها بقعة مركزية عرضها L .

θ : الفرق الزاوي بين وسط البقعة المركزية وأول بقعة مضلمة تقاس rad .

الطبيعة الموجية للضوء

01

ظاهرة حيود الضوء : عند إضاءة شق عرضه صغير جدا ، فإن مبدأ الانتشار المستقيمي للضوء لايتحقق، بل نشاهد على الشاشة بقعا ضوئية متفرقة، تسمى هذه الظاهرة : ظاهرة الحيود.



الضوء موجة كهرومغناطيسية تنتشر في أوساط شفافة مادية (الهواء) أو غير مادية (الفراغ).

خصائص الموجة الضوئية

02

الموجة الضوئية أحادية اللون : كل ضوء لا يتبدد بعد اجتيازه لموشور يسمى ضوء أحادي اللون حيث نقرن به موجة متوالية جيبيية ترددها ν (دورها $T = 1/\nu$) وسرعتها V التي تتعلق بطبيعة وسط الانتشار. مثال : ضوء لآزر أحمر اللون.

سرعة إنتشار الضوء : سرعة إنتشار الضوء في الفراغ هي $c = 3.10^8 m.s^{-1}$ أما في وسط مادي شفاف معامل إنكساره n فينتشر الضوء بسرعة ν أصغر من c حيث :

$$n = \frac{c}{\nu}$$

بدون وحدة : $m.s^{-1}$

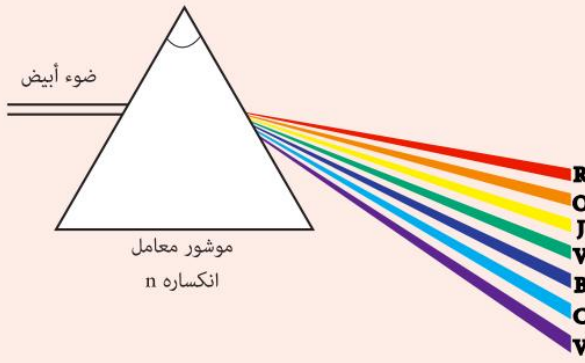
أمثلة لمعاملات الانكسار n :

الوسط	الفراغ	الهواء	الماء	الزجاج	البلور	الماس
n	1	1.00014	1.333	1.5	1.63	2.418

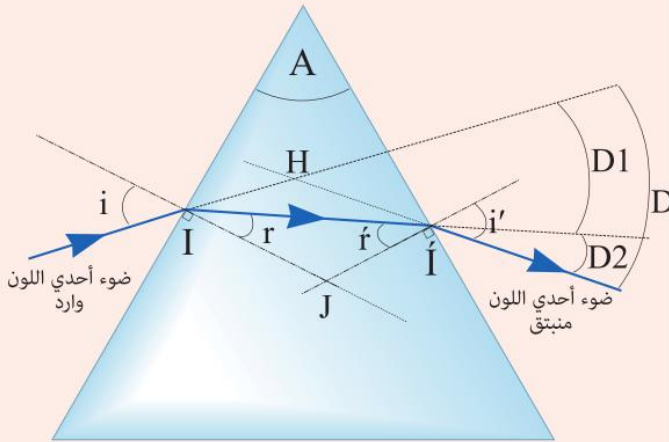
إنتشار موجة ضوئية

04 تبديد الضوء الأبيض بواسطة موشور

تبديد الضوء الأبيض : عندما يجتاز شعاع أبيض اللون موشور معامل انكساره n تتكون مجموعة من الأشعة الملونة تسمى طيف الضوء الأبيض، تسمى هذه الظاهرة بتبديد الضوء الأبيض.



زاوية الانحراف : هي الزاوية بين الشعاع الضوئي الوارد IH و الشعاع الضوئي المنبثق HI'



لدينا: $D = D1 + D2$ حيث $D1 = i - r$ و $D2 = i' - r'$

في المثلث AI' لدينا $(\pi/2) - r + (\pi/2) - r' + A = \pi$

يعني $A = r + r'$

ومنه فإن: $D = D1 + D2 = i - r + i' - r' = i + i' - A$

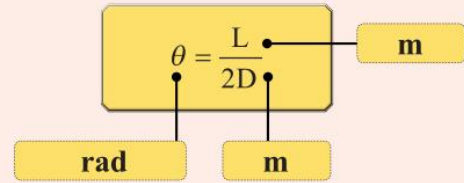
يعني $D = i + i' - A$

- تكون ظاهرة الحيود أكثر أهمية عندما يكون سمك الشق الموجود بالحاجز أصغر.

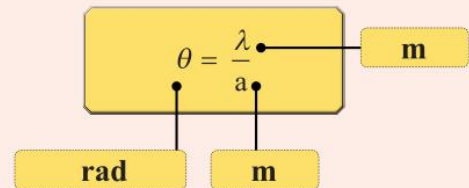
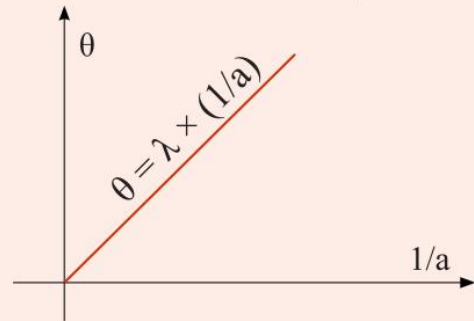
- يزداد عرض البقعة المركزية لظاهرة الحيود كلما ازداد طول موجة الضوء الأحادي اللون المستعمل.

حسب الشكل التجريبي: إذا كانت الزاوية θ صغيرة فإن $\tan(\theta) = \theta$

ومنه: $\tan(\theta) = \theta = \frac{L/2}{D} = \frac{L}{2D}$ و بالتالي:



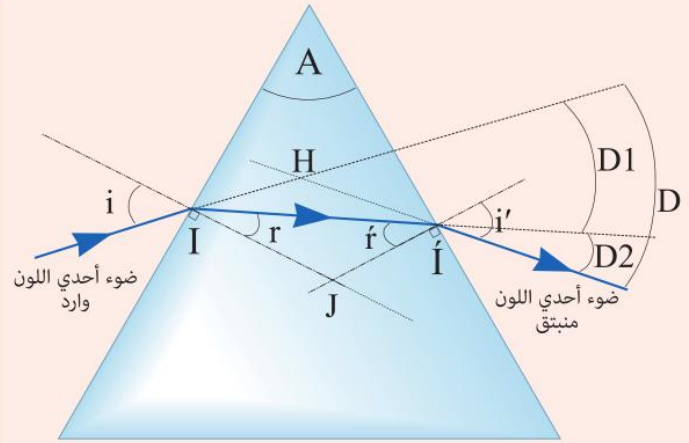
برسم منحنى تغير الزاوية θ بدلالة مقلوب a نجد المنحنى عبارة عن مستقيم يمر من أصل المعلم معاملته الموجه يساوي طول موجة شعاع اللزر λ . أي $\theta = \lambda/a$



من العلاقتين السابقتين نستنتج أن:

$$\frac{L}{2D} = \frac{\lambda}{a}$$

إنتشار موجة ضوئية



العلاقات الخاصة بالموشور



- قانون ديكرت : $1 \times \sin(i) = n \times \sin(r)$

- قانون ديكرت : $n \times \sin(r') = 1 \times \sin(i')$

- الانحراف الأول : $D1 = i - r$

- الانحراف الثاني : $D2 = i' - r'$

- زاوية الموشور : $A = r + r'$

- زاوية الانحراف : $D = i + i' - A$

يتبين من العلاقة الثانية لديكرت أن زاوية الانبثاق تتعلق بمعامل الانكسار n ومنه كذلك زاوية الانحراف D تتعلق بمعامل الانكسار. ويتعلق معامل الانكسار n لزجاج الموشور بلون الشعاع وكل شعاع له تردد خاص ν : إذن n تتعلق ب ν .
بمأن $n = c/\nu$ نستنتج أن ν تتعلق بالتردد ν ومنه زجاج الموشور وسط مبدد الضوء .
معامل الانكسار الضوء البنفسجي أكبر من معامل انكسار اللون الأحمر.



التناقص الإشعاعي

05

المحتوى

- استقرار وعدم استقرار النوى : تركيب النواة،
- النظائرية، الترميز ، المخطط (N,Z).
- النشاط الإشعاعي : الأنشطة الإشعاعية α و β^- و β^+ انبعاث أشعة γ .
- قوانين انحفاظ الشحنة الكهربائية وعدد النويات.
- قانون التناقص لإشعاعي : تطور المادة المشعة -عمر النصف .
- أهمية النشاط الإشعاعي .
- تطبيق على التأريخ بالنشاط الإشعاعي.

- معرفة مدلول الرمز ${}^A_Z X$ وإعطاء تركيب النواة التي يمثلها
- تعريف النظائرية والتعرف على النظائر .
- التعرف على مجالات النوى من خلال المخطط (N,Z) .
- تعريف نواة مشعة .
- معرفة واستعمال قوانين الانحفاظ .
- تعريف الأنشطة الإشعاعية α و β^- و β^+ والانبعاث γ ، وكتابة معادلاتها النووية بتطبيق قوانين الانحفاظ .
- التعرف على طراز النشاط الإشعاعي انطلاقا من معادلة نووية .
- معرفة تعبير قانون التناقص الإشعاعي واستثمار المنحنى الذي يمثلها .
- معرفة أن 1Bq يمثل تفتتا واحدا في الثانية .
- تعريف ثابتة الزمن θ و λ و $t_{1/2}$.
- استعمال العلاقات بين θ و λ و $t_{1/2}$.
- استعمال معادلة الأبعاد لتحديد وحدة θ و λ .
- شرح مبدأ التأريخ واختيار العنصر المشع المناسب لتأريخ حدث معين .
- إنجاز مجموعة من عمليات العد بالنسبة لتفتت إشعاعي .
- استعمال مجدول (Tableur) أو حاسبة لتحديد الوسط الحسابي والانحراف variance والانحراف الطرازي
- Ecat - type لعدد من التفتتات المسجلة خلال مدة زمنية معينة.

التناقص الإشعاعي

كثافة مادة النواة : النواة شكلها كروي شعاع r يحسب بالعلاقة التالية :

$$r = r_0 \times A^{(1/3)}$$

حيث r شعاع النواة r_0 ثابتة
و A عدد الكتلة.

الكتلة الحجمية لنوية واحدة هي $\rho = m / V$ و $A=1$

$$m = 1.7 \times 10^{-27} \text{ kg}, \quad V = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3 \quad \text{حيث :}$$

$$\rho = \frac{m}{(4/3) \times \pi \times (r_0)^3} \quad \text{و لدينا :}$$

$$\rho = \frac{1.7 \times 10^{-27} \text{ kg}}{(4/3) \times 3.14 \times (1.2 \times 10^{-15})^3 \text{ m}^3}$$

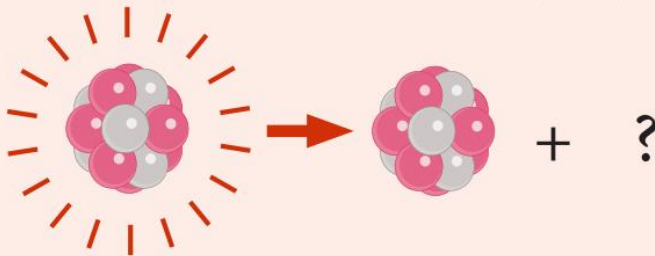
$$= 2.35 \times 10^{17} \text{ kg/m}^3$$

نلاحظ أن ρ كبيرة جدا مما يدل على أن مادة النواة شديدة الكثافة .

النشاط الإشعاعي Radioactivité

02

النشاط الإشعاعي تحول طبيعي تلقائي ، وغير مرتقب في الزمن تتحول خلاله نواة غير مستقرة إلى نواة أخرى أو إلى حالة إثارة أقل طاقة ، تسمى النواة غير المستقرة ، نواة مشعة .



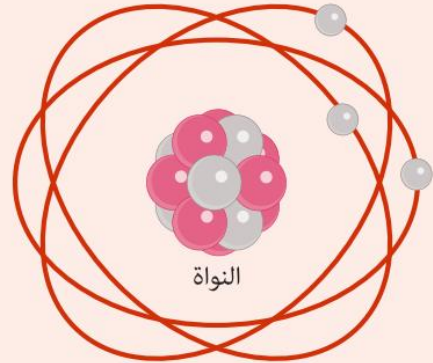
قانون الإنحفاظ (قانون سودي) SODDY : خلال كل تحول نووي تنحفظ الشحنة الكهربائية Z وكذلك عدد النويات A بحيث :



$$A1 + A2 = A3 + A4 \quad \text{يعني :}$$

$$Z1 + Z2 = Z3 + Z4$$

01 إستقرار وعدم إستقرار النواة



نواة الذرة (النوية) تتكون من نوترونات وبروتونات تسمى نويات ،

تمثل نواة ذرة (نوية) لعنصر كيميائي X بالرمز A_ZX

حيث Z هو عدد البروتونات ويسمى عدد الشحنة و A هو عدد النويات ويسمى عدد الكتلة .

عدد النوترونات يرمز له ب N حيث $N = A - Z$

أمثلة :

بلوتونيوم	نيبتونيوم	أورانيوم	بروتاكتينيوم	توريوم	أكتينيوم
244 242,00	237 237,05	238 238,03	231 231,04	232 232,04	227 227,00
Pu	Np	U	Pa	Th	Ac
94 6,02	93 6,26	92 6,19	91 5,89	90 6,31	89 5,17
Plutonium	Neptunium	Uranium	Protactinium	Thorium	Actinium

ذرة الأورانيوم تحتوي على 238 نوية و 92 بروتونا و $(238-92=146)$ نوترونا

ذرة التوريوم تحتوي على 232 نوية و 90 بروتونا و $(232-90=142)$ نوترونا

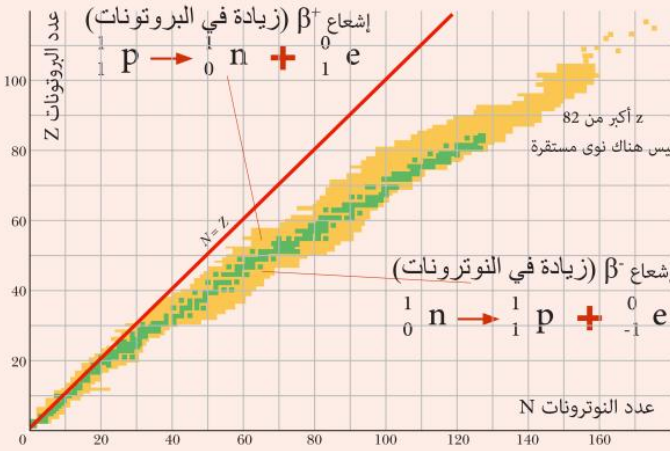
النظائر هي نويدات لها نفس قيمة Z عدد الشحنة وتختلف من حيث عدد الكتلة A أي تختلف في عدد البروتونات.

أمثلة :

${}^{18}_8\text{O}$	${}^{14}_6\text{C}$	${}^2_1\text{H}$	${}^{12}_7\text{N}$
${}^{16}_8\text{O}$	${}^{12}_6\text{C}$	${}^1_1\text{H}$	${}^{14}_7\text{N}$

التناقض الإشعاعي

المخطط (N,Z)



النويات ذات اللون الأخضر مستقرة، وذات اللون الأصفر إشعاعية (غير مستقرة).

- توجد مختلف النظائر لنفس العنصر الكيميائي على نفس المستقيم الموازي لمحور الأرتياب.

- يكون Z و N متقاربين بالنسبة للنوى الخفيفة (Z < 20)

أمثلة: $^{20}_{10}\text{Ne}$ $^{16}_8\text{O}$ $^{14}_7\text{N}$ $^{12}_6\text{C}$

- عندما يكبر العدد Z يكون الإستقرار ممكنا فقط إذا كان (N > Z).

التناقض الإشعاعي

03

قانون التناقض الإشعاعي: النشاط الإشعاعي ظاهرة عشوائية تحدث

تلقائيا ودون سبق إشعار.

الإ أن دراسة إحصائية تمكننا من التنبؤ بالتطور الزمني لعدد كبير من النوى المشعة.

نعتبر عينة تحتوي على N_0 نوييدة مشعة في اللحظة $t=0$.

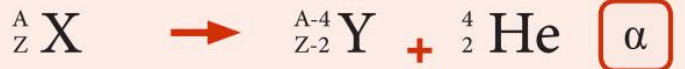
عدد النوى غير المشعة التي لم تتفتت بعد، الموجودة في لحظة t هو:

$$N = N_0 \times e^{(-\lambda t)}$$

λ : ثابتة إشعاعية وحدتها s^{-1} لاتتعلق بالزمن وهي تميز النوييدة المشعة.

مختلف الأنشطة الإشعاعية

النشاط الإشعاعي α هو انبعاث نواة الهيليوم حسب المعادلة التالية:



النشاط الإشعاعي β^+ هو انبعاث بوزيترون حسب المعادلة التالية:



النشاط الإشعاعي β^- هو انبعاث إلكترون حسب المعادلة التالية:



النشاط الإشعاعي γ هو انبعاث موجة كهرومغناطيسية حسب المعادلة التالية:



ترمز النجمة (*) للحالة المثارة للنواة.

أمثلة:



الفصيلة المشعة: في بعض الأحيان تكون النوييدة المتولدة غير

مستقرة فتفتت لتعطي نوييدة أخرى أكثر إستقرارا منها وإذا كانت هذه

الأخيرة غير مستقرة تتفتت بدورها، وهكذا إلى أن نصل إلى نوييدة

مستقرة وغير مشعة، نسمي مجموع النوييدات الناتجة عن نفس النوييدة

الأصلية: فصيلة مشعة. هناك أربع فصائل مشعة طبيعية وهي:





التناقص الإشعاعي

أمثلة لبعض قيم λ :

النوية	$^{222}_{86}\text{Rn}$	$^{236}_{92}\text{U}$	$^{15}_8\text{O}$	$^{17}_7\text{N}$
λ	0.18 Jour ⁻¹	$2.96.10^{-8}\text{an}^{-1}$	0.34 min ⁻¹	1.12 S ⁻¹
الاشعاع	α	α	β^+	β^-

$$t_n = n \times T$$

عند $t = t_n$ بحيث

$$N(nT) = \frac{N_0}{2^n} \quad \text{فإن عدد النويات المتبقية هو :}$$

الفصيلة المشعة : هي مجموعة من النوى ناتجة عن تفتتات متسلسلة للنواة الأصلية

نشاط عينة مشعة a : نشاط عينة $a(t)$ مشعة تحتوي على $N(t)$ من النوى المشعة هو عدد النوى المتفتتة في وحدة الزمن ، تعبيره هو :

$$A(t) = \frac{-dN(t)}{dt} = \frac{-d(N_0 \times e^{-\lambda t})}{dt} = \lambda \cdot N_0 \times e^{-\lambda t}$$

$$A(t) = \lambda \times N(t)$$

الوحدة العالمية SI لقياس a هي البيكريل Bq رمزها becquerel

إذا وضعنا $A_0 = \lambda \times N_0$ نحصل على :

$$A = A_0 \times e^{-\lambda t}$$

البيكريل الواحد : يعادل تفكك واحد في الثانية

مثال : نشاط تفكك 1g من البلوتونيوم المشع هو 2.10^9Bq

التأريخ بالنشاط الإشعاعي : تحتوي الحفريات القديمة على نويدات مشعة يتناقص عددها مع مرور الزمن ، نقيس نشاط العينة a ونقارنه مع نشاط عينة أخرى شاهدة (حالية) a_0 ، وبذلك نحدد t عمر العينة .

من العلاقة السابقة نستنتج أن : $A / A_0 = e^{-\lambda t}$

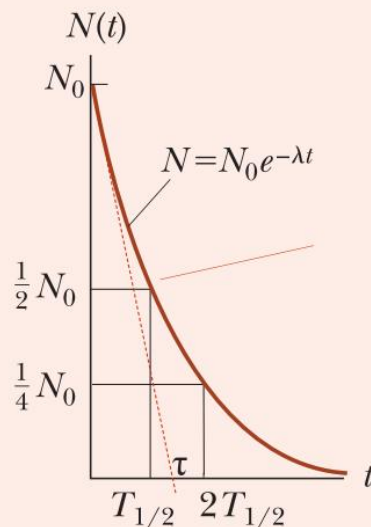
$$\ln(A / A_0) = \ln(e^{-\lambda t}) \quad \text{يعني :}$$

$$\lambda \times t = \ln(A_0 / A) \quad \text{يعني :}$$

$$\lambda = \ln(2) / T_{1/2} \quad \text{بمأن :}$$

$$t = \ln(A_0 / A) / \lambda \quad \text{إن :}$$

$$t = T_{1/2} \times \ln(A_0 / A) / \ln(2) \quad \text{يعني :}$$



عمر النصف
لنوية مشعة $t_{1/2}$.

ثابتة الزمن τ : نعرف ثابتة الزمن τ بمقلوب الثابتة الإشعاعية λ ونكتب

$$\tau = \frac{1}{\lambda}$$

عند $t = \tau$ لدينا : $N = N_0 \times e^{-1} = 0.37 N_0$

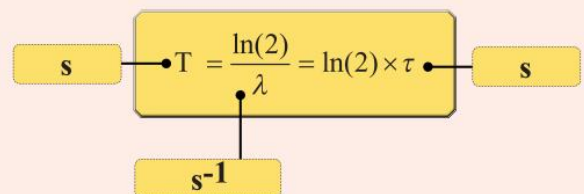
يعني نقصان عدد النويدات الأصلية بنسبة 63% .

عمر النصف لنوية مشعة : يسمى الدور الإشعاعي أو عمر النصف وهو المدة الزمنية T اللازمة لتفتت نصف نوى العينة المشعة. (أنظر الشكل)

عند $t = T$ لدينا : $N = N_0 / 2$

$$N = N_0 \times e^{-\lambda T} \quad \text{بمأن :}$$

$$\lambda T = \ln(2) \quad \text{يعني} \quad 1/2 = e^{-\lambda T} \quad \text{إن :}$$





النوى ، الكتلة والطاقة

06

المحتوى

- التكافؤ كتلة - طاقة ، النقص الكتلي ، طاقة الربط .
- طاقة الربط بالنسبة لنوية .
- التكافؤ «كتلة-طاقة» .
- الانشطار والاندماج : استغلال منحني أسطون لتحديد مجالي الانشطار والاندماج.
- الحصيصة الكتلية والطايقية لتحول نووي : أمثلة للأنشطة الإشعاعية α و β^- و β^+ و أمثلة للانشطار والاندماج.
- استعمالات الطاقة النووية

المعارف والمهارات المستهدفة

- تعريف وحساب النقص الكتلي وطاقة الربط .
- تعريف وحساب طاقة الربط بالنسبة لنوية .
- تعريف الالكترتون فولط ومضاعفاته .
- تحويل الجول إلى الالكترتون فولط والعكس .
- معرفة علاقة التكافؤ كتلة - طاقة وحساب طاقة الكتلة.
- تحليل منحني أسطون لاستجلاء الفائدة الطايقية للانشطار والاندماج .
- تعريف الانشطار والاندماج وكتابة معادلات التحولات النووية بتطبيق قوانين الانحفاظ .
- تعرف نوع التفاعل النووي انطلاقا من المعادلة النووية إنجاز الحصيصة الطايقية لتفاعل نووي بمقارنة طاقات الكتلة .
- معرفة بعض تطبيقات و بعض أخطار النشاط الإشعاعي.

النوى ، الكتلة والطاقة

النقص الكتلي Δm : نعرف النقص الكتلي Δm الفرق بين مجموع كتل النويات وكتلة النواة بالعلاقة التالية :

$$\Delta m = Z.m_p + (A - Z).m_N - m\left(\frac{A}{Z}X\right)$$

كتلة البروتون

$$1.0073 \text{ u}$$

كتلة النوترون

$$1.0087 \text{ u}$$

كتلة النواة

تطبيق : أحسب النقص الكتلي Δm لنواة الأورانيوم علما أن كتلة النواة هي 238.051 u و عدد الكتلة هو 238 و عدد الشحنة هو 92.

الجواب :

$$\Delta m = 1,8152 \text{ u}$$

طاقة الربط E_i : طاقة الربط أو طاقة تماسك النواة هي الطاقة التي يجب إعطاؤها لنواة في حالة سكون لفصل نوياتها وتبقى في حالة سكون

$$E_i = \Delta E = \Delta m \times c^2$$

$$\Delta E = \left[Z.m_p + (A - Z).m_N - m\left(\frac{A}{Z}X\right) \right] \times c^2$$

تطبيق : أحسب طاقة الربط E_i لنواة الأورانيوم .

الجواب :

$$\Delta E = 1,8152 \times 931.5 \text{ Mev}$$

$$\Delta E = 1690,8588 \text{ Mev}$$

طاقة الربط للنوية ξ : طاقة الربط بالنسبة لنوية ξ بالعلاقة التالية :

$$\xi = \frac{E_i}{A}$$

Mev

Mev / nucléon



حيث E_i طاقة الربط للنواة و A عدد الكتلة

- كلما كانت طاقة الربط بالنسبة لنوية ξ كبيرة كانت النواة (أو النويدات) أكثر إستقرارا .

تطبيق : أحسب طاقة الربط لنوية الأورانيوم .

الجواب :

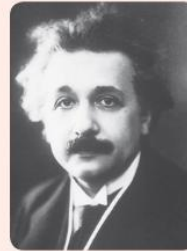
$$\xi = 1690,8588 \text{ Mev} / 238$$

$$\xi = 7,10445 \text{ Mev} / \text{nucléon}$$

01 التكافؤ : كتلة - طاقة .

01

علاقة إنشتاين : بنى ألبير إنشتاين Einstein سنة 1905 النظرية النسبية التي بموجبها كل مجموعة في حالة سكون كتلتها m تملك طاقة E تسمى طاقة كتلية تعبيرها هو :



$$E = m \times c^2$$

kg

joule

$m.s^{-1}$

حيث c هي سرعة الضوء $c = 3.10^8 \text{ m.s}^{-1}$

وحدة الكتلة و الطاقة : لقياس كتلة النواة والدقائق صغيرة جدا ، نستعمل وحدة الكتلة الذرية u ، وتقرأ uma وتساوي $1/12$ من كتلة ذرة الكربون أي تقريبا :

$$1u \approx 1.66 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

الوحدة العالمية لقياس الطاقة هي الجول ، وفي الفيزياء النووية تستعمل وحدة الإلكترون-فولط eV عوض الجول ، حيث :

$$1eV \approx 1.6.10^{-19} \text{ J}$$

وتستعمل أيضا وحدة الكيلو إلكترون فولط حيث :

$$1KeV \approx 10^3 eV = 1.6 \times 10^{-16} \text{ J}$$

وتستعمل أيضا وحدة الميكا إلكترون فولط حيث :

$$1MeV \approx 10^6 eV = 1.6 \times 10^{-13} \text{ J}$$

$$1u = 931.5 \text{ Mev} . c^{-2}$$

و اعتمادا على ع. اينشتاين :

02 طاقة الربط E_L .

02

تتكون النواة $\frac{A}{Z}X$ من Z بروتونا و $A - Z$ نوترونا
تبين نظرية النسبية لإنشتاين Einstein أن
كتلة النواة أقل من مجموع كتل البروتونات و
النوترونات .

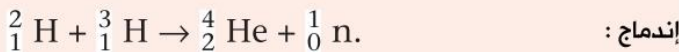
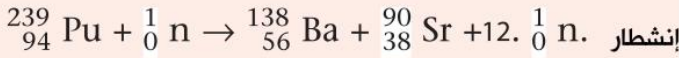




النوى ، الكتلة والطاقة

الاندماج النووي : هو تفاعل نووي محرض يتم خلاله إنضمام نواتين خفيفتين لتكوين نواة أكثر ثقلا .

أمثلة :



04 الحصلة الكتلية والطاقة لتفاعل نووي

نعتبر تحولا نوويا معادلته هي :



الحصلة الكتلية هي فرق كتلة النواتج من كتلة المتفاعلات و الحصلة الطاقة هي جداء مربع سرعة الضوء في الحصلة الكتلية.

$$\Delta E = [(mX_3 + mX_4) - (mX_1 + mX_2)] \times c^2$$

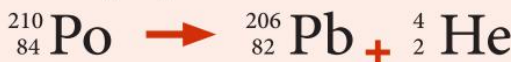
إذا كان : $\Delta E > 0$ التفاعل ماص للحرارة.

إذا كان : $\Delta E < 0$ التفاعل ناشر للحرارة.

لحساب الحصلة الطاقة يمكن الاعتماد على قيم الجدول التالي :

البوزيترون	الالكترون	النوترون	البروتون
$9,1095 \cdot 10^{-31}$	$9,1095 \cdot 10^{-31}$	$1,6726 \cdot 10^{-27}$	$1,6479 \cdot 10^{-27}$
$0,55 \cdot 10^{-3}$	$0,55 \cdot 10^{-3}$	1,008 7	1,007 3
0,5	0,5	939,6	938,3
طاقة السكون ب MeV	الكتلة ب u	الكتلة ب kg	

تطبيق : أحسب الحصلة الطاقة للنشاط الإشعاعي التالي :



نعطي : $m\text{Pb} = 206.0385\text{u}$ و $m\text{Po} = 210.0482\text{u}$ و $m\text{He} = 4.0039\text{u}$

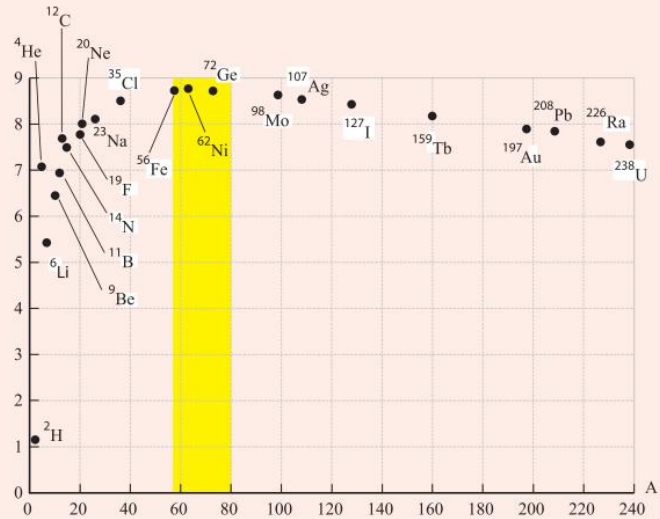
الجواب : لدينا : $E = [(m\text{Pb} + m\text{He}) - (m\text{Po})] \times C^2$

تطبيق عددي : $E = [-0,0058\text{u}] \times C^2$

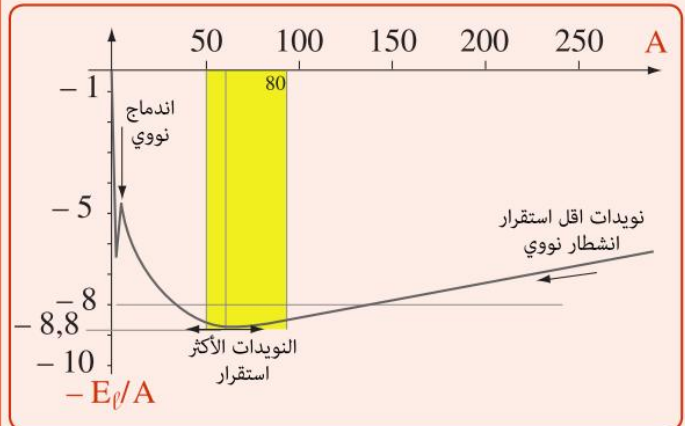
$$E = -5,4027 \text{ Mev} < 0$$

التفاعل ناشر للحرارة.

النويدات التي تتوفر على A محصور تقريبا بين 50 و 80 تتوفر على طاقة ربط كبيرة و بالتالي أكثر إستقرارا .



منحنى أسطون Aston : هو منحنى يمثل تغير $(-E/A)$ بدلالة عدد الكتلة A



إذا كان $20 < A < 80$ تكون النويدات أكثر إستقرارا.

إذا كان $A < 20$ تكون النويدات أقل إستقرارا التي تتحول الى نويدات أخرى بالاندماج النووي.

إذا كان $100 < A$ تكون النويدات أقل إستقرارا التي تتحول الى نويدات أخرى بالانشطار النووي.

03 الانشطار والاندماج النوويان .

الانشطار النووي : هو تفاعل نووي محرض تنقسم خلاله نواة ثقيلة شطورة إلى نواتين خفيفتين ، بعد تصادمها بنوترون .

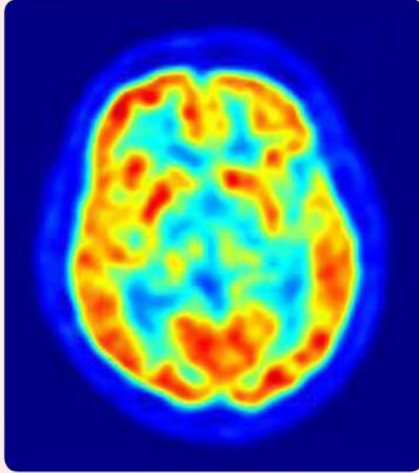
النوى ، الكتلة والطاقة



فراولة غير معقمة



فراولة معقمة بالأشعة



تقنية التصوير المقطعي بالإصدار البوزيتروني

05 إستعمالات وأخطار النشاط الإشعاعي

05

أخطار النشاط الإشعاعي : تحدث الاشعاعات α و β و γ و الناتجة عن الانفجارات أو التسربات النووية عند اختراقها أجسامنا تأينات تتسبب في تحطيم و تخریب الخلايا مما يؤدي الى حروق أو سرطانات أو تشوهات جينية أو الموت.

المخلفات الإشعاعية التي تنتج عن عمليات الإنتاج النووية كالانشطار النووي، التي يتم التخلص منها عبر الدفن العميق تؤدي الى تلوث التربة ومصادر المياه وتهدد الكائنات الحية على سطح هذا الكوكب.

إستعمالات النشاط الإشعاعي : للنشاط النووي الإشعاعي عدة

استعمالات مفيدة في عدة مجالات من بينها :

- الميدان الفلاحي : مقاومة الحشرات وتمديد مدة حفظ المواد الغذائية .

الميدان الصناعي : إنتاج الطاقة الكهربائية في المحطات النووية .

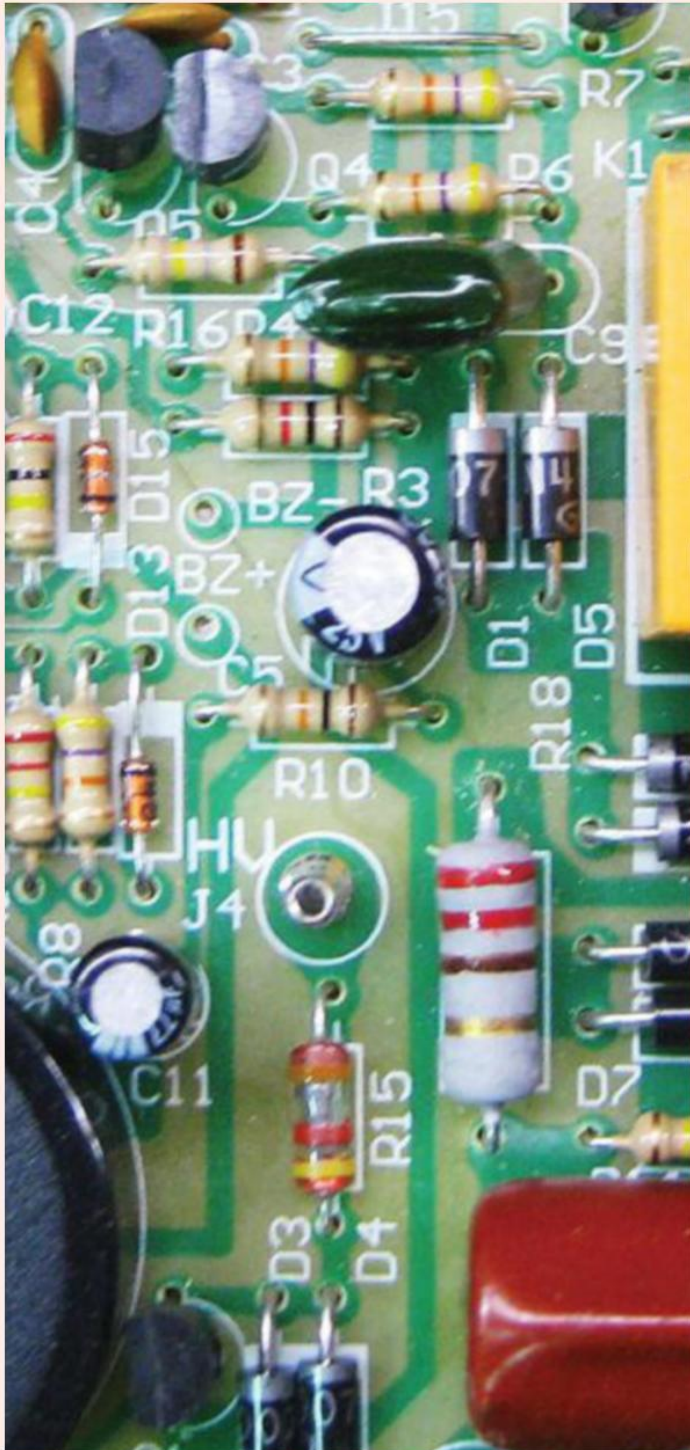
الميدان الطبي : معالجة السرطانات ، التعقيم .



مفاعل نووي لإنتاج الطاقة الكهربائية

ثنائي القطب RC

07



المحتوى

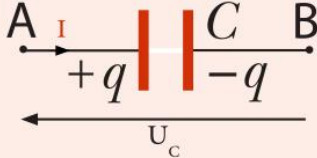
- المكثف : وصف موجز للمكثف - رمزه - شحنتا اللبوسين -
- شدة التيار - التجبير في الاصطلاح مستقبل بالنسبة للمقادير q و U و I
- العلاقة $i = dq/dt$ للمكثف في الاصطلاح مستقبل و العلاقة $q = C.U$
- سعة المكثف و تجميع المكثفات على التوالي وعلى التوازي.
- ثنائي القطب RC - استجابة ثنائي القطب RC لرتبة توتر (échelon de tension) - دراسة تجريبية، دراسة نظرية
- الطاقة المخزونة في مكثف.

المعارف والمهارات المستهدفة

- معرفة التمثيل الرمزي للمكثف - معرفة توجيه دارة على تبيان و تمثيل التوترات بسهم وتحديد شحنتي لبوسي مكثف في الاصطلاح مستقبل
- معرفة العلاقتين : شحنة / شدة وشحنة / توتر بالنسبة لمكثف في الاصطلاح مستقبل
- معرفة وتحديد سعة مكثف ووحدتها F .
- معرفة واستغلال العلاقة $q = C.U$.
- استعمال معادلة الأبعاد.
- معرفة سعة المكثف المكافئ للتركيب على التوالي والتركيب على التوازي والفائدة من كل تركيب.
- معرفة تغيرات التوتر U_C بين مربطي مكثف عند تطبيق توتر بين مربطي ثنائي القطب.
- استنتاج تغيرات شدة التيار المار في الدارة.
- إثبات المعادلة التفاضلية، وحلها عندما يكون ثنائي القطب RC خاضعا لرتبة توتر.
- معرفة أن التوتر بين مربطي المكثف متصل ومعرفة تعبير ثابتة الزمن.
- استغلال وثائق تجريبية لتعرف التوترات الملاحظة، وإبراز تأثير R و C على عمليتي الشحن والتفريغ، تعيين ثابتة الزمن.
- إنجاز تركيب تجريبي باعتماد تبيان، معرفة كيفية ربط راسم التذبذب لمعاينة توترات
- إبراز تأثير R و C ووسع رتبة التوتر على الظاهرة الملاحظة.
- معرفة واستغلال تعبير الطاقة المخزونة في مكثف

ثنائي القطب RC

شدة التيار في المكثف : منحنى التيار مقدار جبري يمكن أن يكون من A نحو B أو العكس، نختار منحنى موجب لشدة التيار i ، تمثل شدة التيار $i(t)$ صبيب الشحنات الكهربائية أي كمية الكهرباء المنتقلة في وحدة الزمن .



العلاقة بين شدة التيار والشحنة الكهربائية في اصطلاح مستقبل هي :

$$i(t) = \frac{dQ(t)}{dt} = C \cdot \frac{dU(t)}{dt}$$

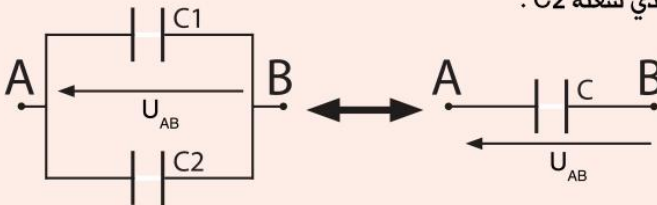
العلاقة بين شدة التيار والشحنة الكهربائية في اصطلاح مولد هي :

$$i(t) = \frac{-dQ(t)}{dt} = -C \cdot \frac{dU(t)}{dt}$$

تركيب المكثفات

02

التركيب على التوازي : نطبق بين قطبي مكثفين مركبين على التوازي توتر U_{AB} حيث q_1 شحنة المكثف الذي سعته C_1 و q_2 شحنة المكثف الذي سعته C_2 .



نعتبر q شحنة المكثفين معا.

لدينا : $q = q_1 + q_2$ يعني $q = C_1 \cdot U_{AB} + C_2 \cdot U_{AB}$

يعني $q = (C_1 + C_2) \cdot U_{AB}$

ومنه ثنائي القطب المكافئ لمكثفين مركبين على التوازي مكثف سعته مجموع السعتين.

$$C = C_1 + C_2$$

وبصفة عامة إذا كان لدينا n مكثف مركب على التوازي، سعة المكثف

المكافئ هي :

$$C_{eq} = \sum_{i=1}^n C_i$$

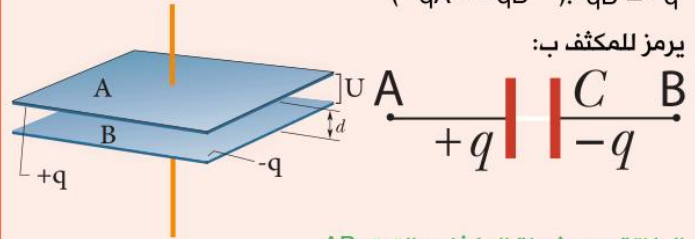
المكثفات les condensateurs

01



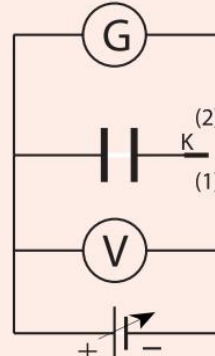
تعريف : المكثف ثنائي القطب لا يسمح بمرور التيار المستمر، ويتكون من لبوسين موصلين، يفصل بينهما عازل (بلاستيك، زجاج...) ؛ نسمي شحنة المكثف ، كمية الكهرباء q التي يتوفر عليها أحد لبوسيه ، لتكن q_A شحنة اللبوس A و q_B شحنة اللبوس B ، حيث $q_A = +q$ و $q_B = -q$ ($q_A = -q_B$)

يرمز للمكثف بـ :



العلاقة بين شحنة المكثف و التوتر AB

ننجز الدارة الكهربائية التالية : التي تتكون من مكثف و فولطمتر و مولد ذو توار متغير و غالغانومتر G ذي بقعة ظئية يناسب انحرافها الأقصى مع كمية الكهرباء .
نشحن المكثف بجعل القاطع في الوضع (1) ثم نفرغه عندما نضع القاطع في الوضع (2) وندون الشحنة و التوتر للتوترات مختلفة للمولد.



عندما نخط المنحنى $Q = f(U)$ نحصل على مستقيم يمر من أصل المعلم. نستنتج أن الشحنة Q تتناسب اطرادا مع التوتر U ونكتب :

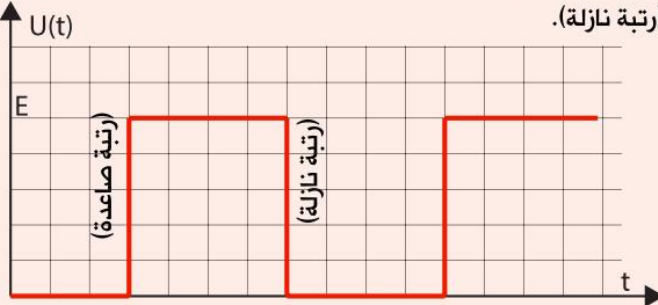
$$Q_A = C \times U_{AB}$$

الفاراد F الكولوم C الفولط V

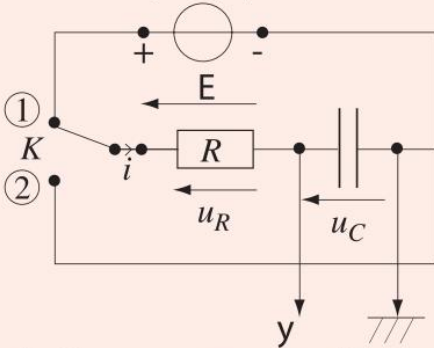
C سعة المكثف وحدتها العالمية الفاراد F ، وفي الغالب تستعمل أجزاء الفاراد مثل الميكروفاراد μF و النانوفاراد nF والبيكوفاراد pF

ثنائي القطب RC

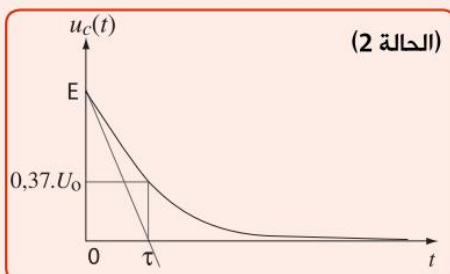
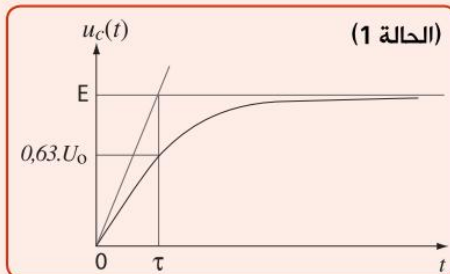
تعريف : يقال أن ثنائي القطب يخضع لرتبة توتر إذا تغير التوتر المطبق بين مربطيه من 0 إلى قيمة ثابتة E لحظيا (رتبة صاعدة) أو العكس (رتبة نازلة).



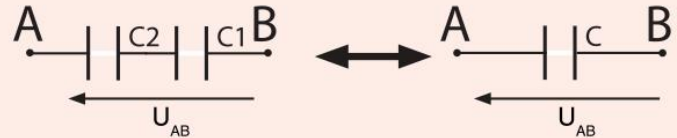
دراسة تجريبية : ننجز الدارة الكهربائية التالية :



- عند وضع قاطع التيار K في الموضع 1 ينتقل التوتر فجأة من 0 إلى E فيشحن المكثف تدريجيا (الحالة 1).
- عند وضع قاطع التيار K في الموضع 2 ينتقل التوتر فجأة من E إلى 0 فيفرغ المكثف تدريجيا (الحالة 2).
- في المدخل y لرسم التذبذب نعاين تغيرات التوتر u_C بين مربطي المكثف خلال شحنه و تفريغه، فنحصل على مايلي :



التركيب على التوالي : نطبق بين قطبي مكثفين مركبين على التوالي توتر U_{AB} حيث q_1 شحنة المكثف الذي سعته C_1 و q_2 شحنة المكثف الذي سعته C_2 .



نعتبر q شحنة المكثفين معا.

$$U_{AB} = q_1/C_1 + q_2/C_2 \text{ يعني } U_{AB} = U_{c1} + U_{c2}$$

يعني $q = (1/C_1 + 1/C_2) U_{AB}$ لأن المكثفين لهما نفس الشحنة ومنه ثنائي القطب المكافئ لمكثفين مركبين على التوالي مكثف سعته هي.

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

وبصفة عامة إذا كان لدينا n مكثف مركب على التوالي، سعة المكثف المكافئ هي :

$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}$$

فائدة التركيب على التوازي : هو تكبير السعة C يمكن بتطبيق توتر ضعيف من الحصول على شحنة كبيرة قد لا يوفرها كل مكثف على حدة. فائدة التركيب على التوالي : هو تصغير السعة C مع تطبيق توتر عال قد لا يتحمله كل مكثف على حدة.

أمثلة:



$$C_{eq} = (50 \cdot 10) / (10 + 50) = 8.33 \text{ nF}$$



$$C_{eq} = (50 + 10) \text{ nF} = 60 \text{ nF}$$

03 إستجابة ثنائي القطب RC لرتبة توتر

يتكون ثنائي القطب RC المتوالي من مكثف سعته C مركب على التوالي مع موصل أومي مقاومته R.





ثنائي القطب RC

فنحصل على :

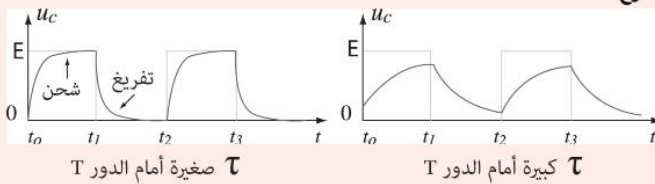
دراسة نظرية :

تفريغ المكثف	شحن المكثف	شدة التيار
$i(t) = \frac{-E}{R} e^{-t/RC}$	$i(t) = \frac{E}{R} e^{-t/RC}$	

تأثير ثابتة الزمن على الشحن و التفريغ

-مدة النظام الانتقالي هي تقريبا $5 \times RC$ وتقطع هذه المدة كلما كانت R كبيرة أو C كبيرة.

- كلما كانت τ صغيرة (R أو C صغيرة) يكون شحن أو تفريغ المكثف أسرع .



تفريغ المكثف	شحن المكثف	المعادلة التفاضلية
$U_C + U_R = 0$	$U_C + U_R = E$	
$U_C + R.C \cdot \frac{dU_C}{dt} = 0$	$U_C + R.C \cdot \frac{dU_C}{dt} = E$	
$U_C = E \times e^{-t/RC}$	$U_C = E (1 - e^{-t/RC})$	حل المعادلة
$\tau = R.C$	$\tau = R.C$	ثابتة الزمن

تحديد ثابتة الزمن τ

- شحن المكثف

لتحديد ثابتة الزمن τ نعوض t ب RC في تعبير U_C فنجد :

وبالتالي ثابتة الزمن هي المدة الزمنية اللازمة لكي يشحن المكثف ب 63% من شحنته القصوى.

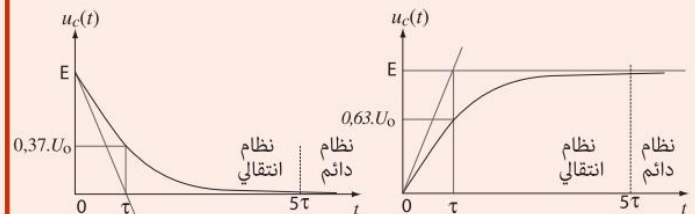
الطريقة الثانية : إن مماس المنحنى U_C عند اللحظة $t = 0$ يقطع المقارب $U_C = E$ عند اللحظة $t = \tau$.

- تفريغ المكثف

لتحديد ثابتة الزمن τ نعوض t ب RC في تعبير U_C فنجد :

وبالتالي ثابتة الزمن هي المدة الزمنية اللازمة لكي يفرغ المكثف ب 63% من شحنته البدئية.

الطريقة الثانية : إن مماس المنحنى U_C عند اللحظة $t = 0$ يقطع محور الأرتايب عند اللحظة τ .



يمكن تحديد معادلة شدة التيار انطلاقا من اشتقاق معادلة التوتر باعتبار أن :

$$i = \frac{dq}{dt} = C \frac{dU_C}{dt}$$

الطاقة المخزنة في المكثف.

04

القدرة الممنوحة للمكثف هي : $P = U_C \times i$

$$i = \frac{dq}{dt} = C \frac{dU_C}{dt} \quad \text{حيث :}$$

$$P = U_C \times C \times \frac{dU_C}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} C \cdot U^2 \right) \quad \text{يعني :}$$

ونعلم أن القدرة هي مشتقة الطاقة بالنسبة للزمن ومنه :

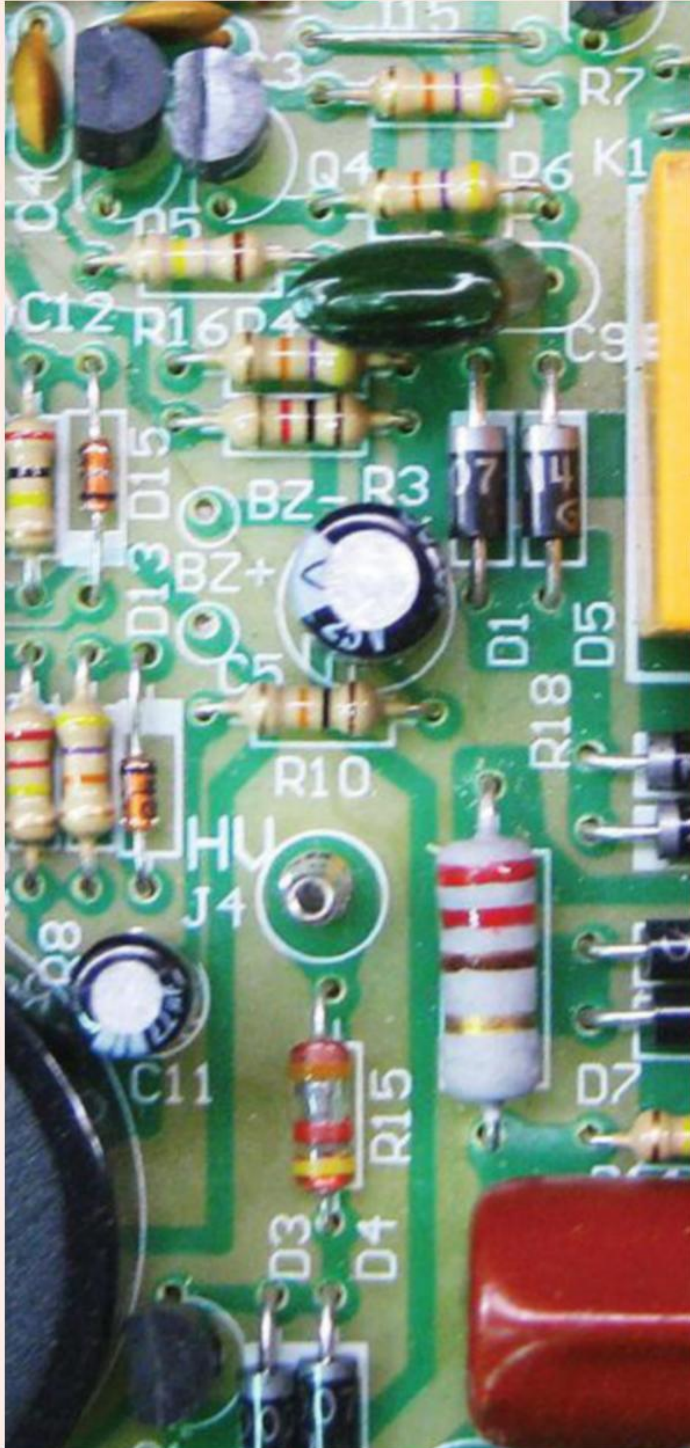
$$E = \frac{1}{2} C U_C^2 \quad \text{joule} \quad V \quad F$$

بمأن $Q = C \times U$ تعبير الطاقة المخزنة أيضا هو :

$$E = \frac{Q^2}{2C} \quad \text{joule} \quad C \quad F$$

ثنائي القطب RL

08



المحتوى

- الوشيعة : وصف موجز للوشيعة رمزها - التوتر بين مربطي الوشيعة في الاصطلاح مستقبل $U = r_i + L \frac{di}{dt}$ ، معامل التحريض، وحدته .
- ثنائي القطب RL : استجابة ثنائي القطب RL لرتبة توتر (échelon de tension) دراسة تجريبية، دراسة نظرية.
- الطاقة المخزونة في وشيعة .

المعارف والمهارات المستهدفة

- معرفة التمثيل الرمزي لوشيعة .
- معرفة توجيه دارة على تبيانة وتمثيل التوترات بأسهم في الاصطلاح مستقبل .
- معرفة تعبير التوتر بالنسبة للوشيعة في الاصطلاح مستقبل واستغلاله : $U = r_i + L \frac{di}{dt}$
- معرفة مدلول المقادير الواردة في التعبير ووحداتها .
- تحديد معامل التحريض لوشيعة .
- استعمال معادلة الأبعاد .
- معرفة تغيرات شدة التيار عند تطبيق توتر بين مربطي ثنائي القطب RL و استنتاج التوتر بين مربطي وشيعة .
- إثبات المعادلة التفاضلية وحلها .
- معرفة أن الوشيعة تقاوم التيار الكهربائي وأن شدته متصلة .
- معرفة تعبير ثابتة الزمن τ .
- استغلال وثائق تجريبية لتعرف التوترات الملاحظة، إبراز تأثير R و L على استجابة ثنائي القطب RL ، تعيين ثابتة الزمن
- إنجاز تركيب تجريبي باعتماد تبيانة أو العكس، معرفة كيفية ربط راسم التذبذب لمعاينة توترات، وإبراز تأثير R و L و وسع رتبة التوتر على الظاهرة الملاحظة
- معرفة واستغلال تعبير الطاقة الكهربائية المخزونة في وشيعة.

ثنائي القطب RL

بصفة عامة تقاوم الوشيعية كل تغير في شدة التيار المار فيها.

- في النظام الدائم حيث $i = cte$ لدينا : $L \cdot \frac{di}{dt} = 0$ ومنه

فإن التوتر بين طرفي الوشيعية هو $U = r \cdot i$ في هذه الحالة تتصرف الوشيعية كموصل أومي.

- إذا كان تغير التيار i يتم بشكل سريع يكون $\frac{di}{dt}$ كبير جدا ، وبالتالي التوتر بين طرفي الوشيعية كبير جدا، فيضهر فرط توتر بين مربطي الوشيعية.

طاقة الوشيعية

02

القدرة الممنوحة للوشيعية هي : $P = U \times i$

حيث : $U = ri + L \frac{di}{dt}$

يعني $P = r \cdot i^2 + L \cdot \frac{di}{dt} \times i = r \cdot i^2 + \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} L \cdot i^2 \right)$

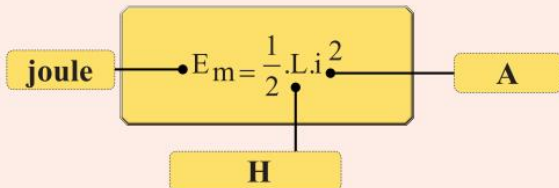
أي قدرة الوشيعية هي القدرة الحرارية الضائعة بمفعول جول

وإضافة إلى القدرة المغناطيسية المخزنة في الوشيعية $P_j = r \cdot i^2$

$$P_m = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} L \cdot i^2 \right)$$

ونعلم أن القدرة هي مشتقة الطاقة بالنسبة للزمن

$P_m = dEm/dt$ ومنه الطاقة المغناطيسية المخزنة في الوشيعية هي :



ثنائي القطب RL

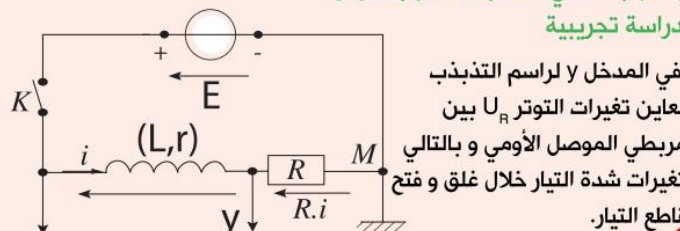
03

يتكون ثنائي القطب RL المتوالي من وشيعية معامل تحريضها L

ومقاومتها r مركبة على التوالي مع موصل أومي مقاومته R . المقاومة

المكافئة لثنائي القطب RL هي $R_t = R + r$

استجابة ثنائي القطب RL لرتبة توتر.



في المدخل y لرأس التذبذب

نعين تغيرات التوتر U_p بين

مربطي الموصل الأومي وبالتالي

تغيرات شدة التيار خلال غلق وفتح

قاطع التيار.

الوشيعية la bobine

01

تعريف : الوشيعية ثنائي قطب يتكون من لفات مصنوعة من سلك نحاسي معزول كهربائيا .



تتميز الوشيعية بمقدارين :

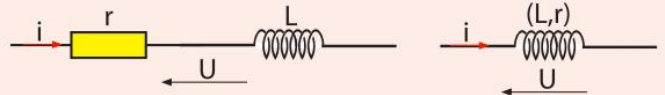
- معامل تحريضها الذاتي L وحدة قياسه هي الهنري (H).

- مقاومتها r وحدة قياسها الأوم Ω ، إذا كانت الوشيعية مثالية فإن

المقاومة منعدمة ($r=0$)

رمز الوشيعية :

يرمز للوشيعية بأحد الرمزتين التالين :



التركيب على التوالي و التوازي :

بصفة عامة إذا كان لدينا n وشيعية مثالية مركبة على التوالي، معامل

تحريض الوشيعية المكافئة هو :

$$L_{eq} = \sum_{i=1}^n L_i$$

بصفة عامة إذا كان لدينا n وشيعية مثالية مركبة على التوازي، معامل تحريض الوشيعية المكافئة هو :

$$\frac{1}{L_{eq}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{L_i}$$

التوتر بين طرفي وشيعية في اصطلاح مستقبلي

بالنسبة لوشيعية دون نواة من الحديد ، وفي الإصطلاح مستقبلي يعبر عن التوتر U بين مربطي وشيعية بالعلاقة :

$$U = ri + L \frac{di}{dt}$$

بالنسبة لوشيعية مثالية ($r=0$) ، التوتر بين طرفي الوشيعية هو :

$U = L \cdot \frac{di}{dt}$ ، يتعلق الطرف $L \cdot \frac{di}{dt}$ بتغيرات شدة التيار بحيث :

- عند تزايد i ترتفع قيمة $L \cdot \frac{di}{dt}$ ، تتصرف الوشيعية كمستقبل.

- عند تناقص i ترتفع قيمة $L \cdot \frac{di}{dt}$ ، تتصرف الوشيعية كمولد.



ثنائي القطب RL

- قطع التيار

لتحديد ثابتة الزمن τ نعوض t بـ $\frac{L}{Rt}$ في تعبير U_C فنجد :
 $i = \frac{E}{Rt} e^{-1} \approx 0.37 \times \frac{E}{Rt}$ وبالتالي ثابتة الزمن هي المدة الزمنية
 اللازمة لكي تتناقص شدة التيار بـ 63% من قيمتها البدئية.
 الطريقة الثانية : إن مماس المنحنى i عند اللحظة $t = 0$ يقطع محور
 الأرتاب عند اللحظة τ .

التوتر بين طرفي الوشيعية U_L

يمكن تحديد معادلة التوتر بين طرفي الوشيعية اعتمادا على :

$$U_L = r \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt}$$

فنحصل :

قطع التيار	إقامة التيار	توتر الوشيعية مع إهمال مقاومتها ($r=0$)
$r \ll R$ $Rt \approx R$ $U_L = -E e^{-t \cdot R/L}$	$r \ll R$ $Rt \approx R$ $U_L = E e^{-t \cdot R/L}$	

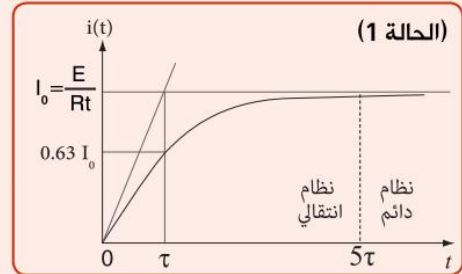
تأثير ثابتة الزمن على الشحن و التفريغ

-مدة النظام الانتقالي هي تقريبا $5\tau = 5 \times \frac{L}{Rt}$ ترتفع هذه المدة كلما
 كانت L كبيرة أو Rt صغيرة.

-كلما كانت τ صغيرة (R_t كبيرة أو L صغيرة) كانت مدة إقامة (أو
 إنقطاع التيار) أصغر .

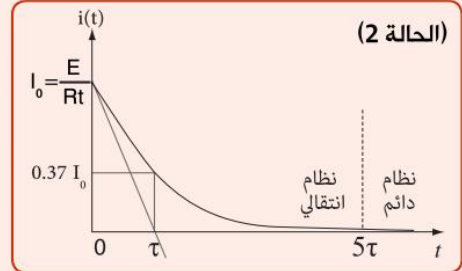
عند غلق القاطع k

: استجابة ثنائي
 القطب RL لرتبة
 توتر صاعدة (إقامة
 التيار)



عند فتح القاطع k

: استجابة ثنائي
 القطب RL لرتبة
 توتر نازلة (انقطاع
 التيار)



تقاوم الوشيعية إقامة التيار و انقطاعه حيث تتغير شدة التيار تدريجيا
 وفق دالة زمنية متصلة وذلك ناتج عن ظاهرة التحريض الذاتي
 للوشيعية.

دراسة نظرية

قطع التيار	إقامة التيار	
$U_L + U_R = 0$ $i + \frac{L}{R_t} \frac{di}{dt} = 0$ $i = \frac{E}{R_t} e^{-t \cdot R_t / L}$ $\tau = \frac{L}{R_t}$	$U_L + U_R = E$ $i + \frac{L}{R_t} \frac{di}{dt} = \frac{E}{R_t}$ $i = \frac{E}{R_t} (1 - e^{-t \cdot R_t / L})$ $\tau = \frac{L}{R_t}$	المعادلة التفاضلية حل المعادلة ثابتة الزمن

تحديد ثابتة الزمن τ

- إقامة التيار

لتحديد ثابتة الزمن τ نعوض t بـ $\frac{L}{Rt}$ في تعبير i فنجد :
 $i = \frac{E}{Rt} (1 - e^{-1}) \approx 0.63 \times \frac{E}{Rt}$ وبالتالي ثابتة الزمن هي المدة الزمنية
 اللازمة لكي تصل شدة التيار الى 63% من قيمتها النهائية القصوى.
 الطريقة الثانية : إن مماس المنحنى i عند اللحظة $t = 0$ يقطع المقارب
 $i = \frac{E}{Rt}$ عند اللحظة $t = \tau$.

التذبذبات الحرة في دارة RLC متوالية

09

المحتوى

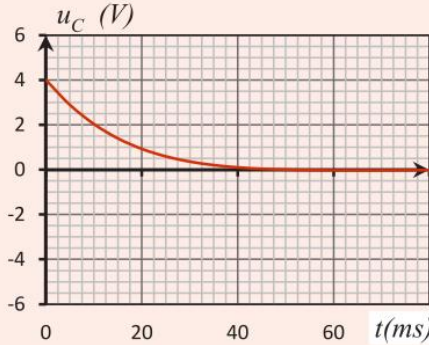
- التذبذبات الحرة في دارة RLC متوالية : تفريغ مكثف في وشيعة .
- تأثير الخمود ، و شبه الدور .
- التفسير الطاقوي : انتقال الطاقة بين المكثف والوشيعة ، مفعول جول .
- الدراسة التحليلية في حالة الخمود المهمل (مقاومة مهملة) ، الدور الخاص .
- صيانة التذبذبات : الدراسة التجريبية، الدراسة النظرية.

المعارف والمهارات المستهدفة

- معرفة الأنظمة الدورية وشبه الدورية واللا دورية
- معرفة خط منحنى تغيرات التوتر بين مربطى المكثف بدلالة الزمن بالنسبة للأنظمة الثلاثة واستغلاله .
- إثبات المعادلة التفاضلية للتوتر بين مربطى المكثف أو الشحنة و حلها في حالة الخمود المهمل .
- استنتاج تعبير أ المار في الدارة .
- معرفة تعبير الدور الخاص ومدلول المقادير المعبرة عنه و وحداتها .
- معرفة التحولات الطاقية بالنسبة للأنظمة الثلاث . معرفة دور جهاز الصيانة المتجلي في تعويض الطاقة المبددة بمفعول جول في الدارة .
- استغلال وثائق تجريبية لتعرف التوترات الملاحظة، تعرف أنظمة الخمود، إبراز تأثير R و L و C على ظاهرة التذبذبات، تحديد شبه الدور والدور الخاص .
- إنجاز تركيب تجريبي باعتماد تبيانة أو العكس و إنجاز عمليات الربط الملائمة لراسم التذبذب لمعاينة توترات محددة .
- قياس الدور أو شبه الدور .

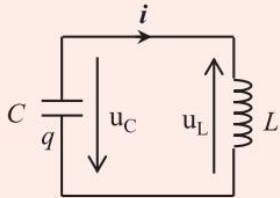
التذبذبات الحرة في دارة RLC متوالية

R_1 كبيرة ، في هذه الحالة تزول الذبذبات وينعدم التوتر تدريجيا بدون تغيير اشارته.



نظام لا دوري

02 الدراسة النظرية للدارة LC (حيث R=0)



نحصل على ذبذبات حرة في دارة RLC متوالية عندما لا تتوفر الدارة الكهربائية على أي مصدر للطاقة خارجي، باستثناء الطاقة المخزنة في المكثف في الوشيعية. حيث يتم تفريغ المكثف في الوشيعية.

حسب قانون إضافية التوترات :

$$U_C + U_L = 0 \text{ لدينا}$$

$$\text{حيث : } Q = C \cdot U_C \text{ و } i = \frac{dQ}{dt} = C \cdot \frac{dU_C}{dt} \text{ ومنه فإن :}$$

$$LC \cdot \frac{d^2 U_C}{dt^2} + U_C = 0$$

$$\text{يعني : } U_C'' + \frac{1}{LC} U_C = 0 \text{ أو } \frac{d^2 U_C}{dt^2} + \frac{1}{LC} U_C = 0$$

حل هذه المعادلة التفاضلية هو :

$$U_C(t) = U_m \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

حيث ω_0 هو النبض الخاص بالتذبذبات و φ الطور عند اللحظة $t=0$

$$\omega_0 = 2\pi \cdot N_0 = 2\pi \cdot \frac{1}{T_0} \text{ و}$$

بتعويض U_C في المعادلة التفاضلية نحصل على الدور الخاص

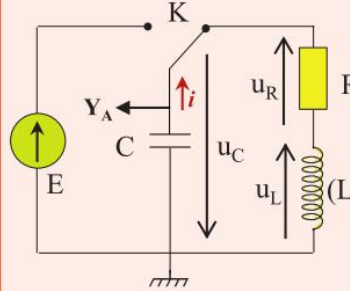
$$T_0 = 2\pi \sqrt{LC} \text{ : بالتذبذبات}$$

تحديد φ و U_m عند اللحظة الوشيعية لا يمر فيها أي تيار.

$$i(0) = C \cdot \frac{dU_C}{dt} = -C \cdot \frac{2\pi}{T_0} \sin(\omega_0 t + \varphi) = 0$$

01 تفريغ مكثف في وشيعية

01



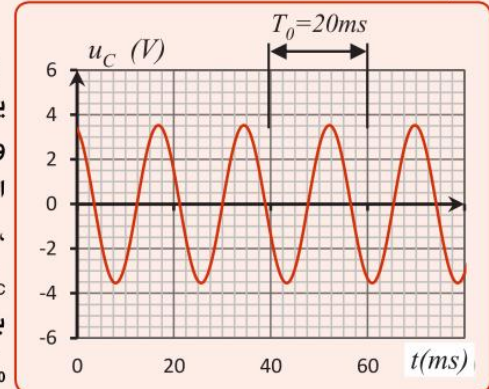
نعتبر التركيب جانبه عند وضع K في 1 يتم شحن المكثف ، وعند وضع K في 2 نحصل على دارة RLC متوالية ، فيفرغ المكثف في الوشيعية والموصل الأومي $R(L, r)$ حيث المقاومة الكلية للدارة هي $R_1 = R + r$

نحصل على ذبذبات حرة في دارة RLC متوالية عندما لا تتوفر الدارة الكهربائية على أي مصدر للطاقة خارجي، باستثناء الطاقة المخزنة في المكثف، حيث يتم تفريغ المكثف في الوشيعية.

أنظمة التذبذبات الحرة

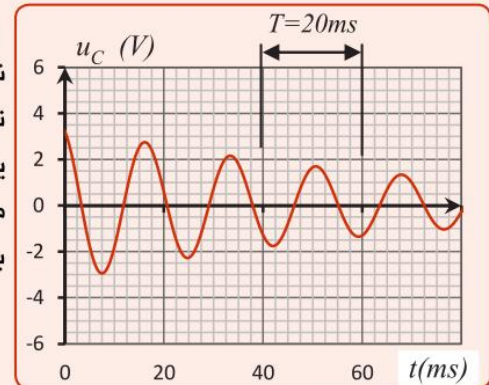
تتعلق أنظمة التذبذبات الحرة بقيمة المقاومة الكلية للدارة R_1 حيث مشاهدة ثلاث أنظمة للتفريغ : نظام دوري و نظام شبه دوري و نظام لا دوري.

R_1 منعدمة ، يزول الخمود ويبقى وسع الذبذبات ثابتا ، ويصبح التوتر U_C جيبيا ، ويتميز بالدور الخاص T_0 .



نظام دوري

R_1 صغيرة ، نحصل على توتر U_C متناوب يتناقص وسعه مع الزمن ويتميز بشبه الدور T.



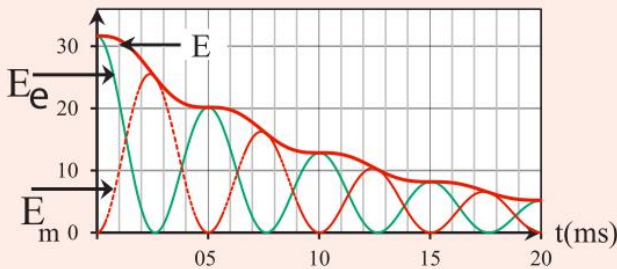
نظام شبه دوري

التذبذبات الحرة في دارة RLC متوالية

لبرهنة على أن الطاقة الإجمالية ثابتة ، سوف نحسب مشتقة الطاقة بالنسبة للزمن.

$$\begin{aligned}
 E &= E_m + E_e && \text{لدينا :} \\
 \frac{d(E)}{dt} &= \frac{d(E_m + E_e)}{dt} && \text{وبالتالي :} \\
 &= \frac{d(E_m)}{dt} + \frac{d(E_e)}{dt} && \text{يعني :} \\
 &= \frac{1}{2} \times L \times \frac{d(i^2)}{dt} + \frac{1}{2} \times C \times \frac{d(U_c^2)}{dt} && \text{يعني :} \\
 &= \frac{1}{2} \times L \times 2i \times \frac{di}{dt} + \frac{1}{2} \times C \times 2U_c \times \frac{dU_c}{dt} \\
 &= L \times i \times \frac{di}{dt} + C \times U_c \times \frac{dU_c}{dt} \\
 &= L \times \frac{dQ}{dt} \times \frac{di}{dt} + C \times U_c \times \frac{dU_c}{dt} && \text{يعني :} \\
 &= L \times C \times \frac{dU_c}{dt} \times \frac{di}{dt} + C \times U_c \times \frac{dU_c}{dt} \\
 &= C \times \frac{dU_c}{dt} (L \times \frac{di}{dt} + U_c) && \text{يعني :} \\
 &= C \times \frac{dU_c}{dt} (U_L + U_c) \quad (1) \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

بمأن مشتقة الطاقة منعدمة فإن $E = cte$ يعني الطاقة الاجمالية ثابتة طيلة الزمن.



انطلاقا من منحنيات الطاقة (أعلاه) نلاحظ أنه خلال كل تبادل طاقي بين المكثف والشويعة تتناقص الطاقة الكلية للدارة، وذلك راجع إلى وجود مقاومة Rt في الدارة RLC. أي بسبب مفعول جول، ويمكن أن نبين ذلك اعتمادا على حساب مشتقة الطاقة الاجمالية بالنسبة للزمن.

$$\begin{aligned}
 \frac{d(E)}{dt} &= C \times \frac{dU_c}{dt} (U_L + U_c) && \text{لدينا حسب (1) أعلاه :} \\
 U_L + U_c + U_R &= 0 && \text{ولدينا :} \\
 U_L + U_c &= -U_R = -R \cdot i && \text{يعني :} \\
 \frac{d(E)}{dt} &= -R \cdot i^2 && \text{ومنه فإن :}
 \end{aligned}$$

$$\frac{dE}{dt} = -Ri^2$$

وبالتالي تغيير الطاقة الكلية هو :

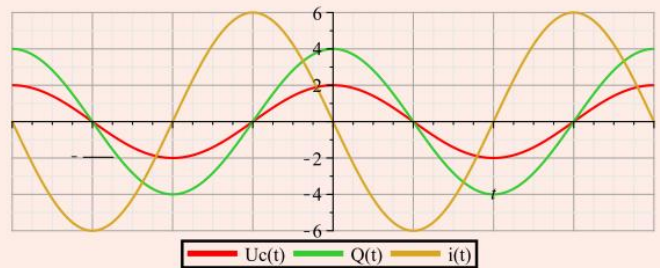
يعني : $\sin(\varphi) = 0$ ومنه فإن $\varphi = 0$
عند $t=0$ يكون المكثف مشحون بكامله ومنه فإن $U_c(0) = E$
وبالتالي تعبير $U_c(t)$ هو :

$$U_c(t) = E \cdot \cos(\omega_0 t)$$

عند : $\varphi = 0$ تعبير : $Q(t)$ و $i(t)$
لدينا : $Q(t) = C \cdot U_c(t)$ و $i(t) = \frac{dQ}{dt} = C \cdot \frac{dU_c}{dt}$
ومنه فإن :

$$Q(t) = C \cdot E \cdot \cos(\omega_0 t)$$

$$i(t) = -C \cdot E \cdot \omega_0 \cdot \sin(\omega_0 t)$$

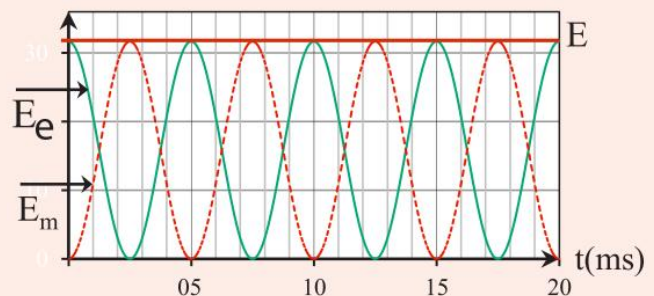


03 إنتقالات الطاقة بين المكثف والشويعة.

الطاقة الاجمالية E في الدارة RLC هي مجموع الطاقة المغناطيسية E_m والشويعة E_e والطاقة الكهربائية للمكثف E_c .

$$E = E_m + E_e = \frac{1}{2} Li^2 + \frac{1}{2C} Q^2$$

يتبادل المكثف والشويعة الطاقة، حيث تتحول الطاقة الكهربائية للمكثف إلى طاقة مغناطيسية في الشويعة والعكس. حيث تبقى الطاقة الكلية للدارة ثابتة.

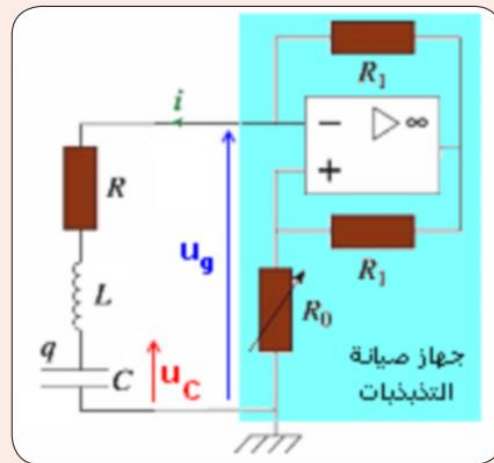


$$E = E_m + E_e = \frac{1}{2} Li_m^2 = \frac{1}{2} CU_m^2$$

التذبذبات الحرة في دارة RLC متوالية

المقدار $i^2 \cdot R$ يمثل القدرة الكهربائية المبددة بمفعول جول. يمكن صيانة تذبذبات دارة RLC متوالية والحصول على متذبذب ذي وسع ثابت باستعمال جهاز إلكتروني هو مضخم عملياتي يزود الدارة بطاقة تعوض الطاقة المبددة في الدارة بمفعول جول. يرغم المولد الدارة RLC على التذبذب بتردد N نقول أن التذبذبات قسرية

04 صيانة التذبذبات



يمكن صيانة تذبذبات دارة RLC متوالية والحصول على توتر متذبذب ذي وسع ثابت، باستعمال جهاز يزود الدارة بطاقة تعوض الطاقة المبددة في الدارة بمفعول جول.

جهاز الصيانة عبارة عن مولد يزود الدارة بتوتر U_0 يتناسب اطرادا مع شدة التيار $i(t)$ و $U_0 = R_0 \times i$. وهو يتصرف كمقاومة سالبة . وهكذا تكون المقاومة الكلية للدارة منعدمة عندما نختار $R_0 = R$. في التركيب التجريبي السابق حيث المولد G يمثل جهاز الصيانة القدرة المبددة بمفعول جول في الدارة RLC هي $P_{th} = R \cdot i^2$ القدرة التي يمنحها المولد G هي $P = U_0 \cdot i$ ليعوض المولد القدرة المبددة بمفعول جول يجب أن يكون $P_{th} = P$ وبالتالي : $U_0 = R \cdot i$ - نطبق قانون إضافية التوترات حيث : $U_R + U_L + U_C = U_0$ فنجد :

$$\frac{d^2 U_C}{dt^2} + \frac{R - R_0}{L} \frac{dU_C}{dt} + \frac{1}{LC} U_C = 0$$

وفي حالة $R = R_0$ نحصل على المعادلة التفاضلية لدارة LC مثالية أي أن التذبذبات جيبيية ذات وسع ثابت دورها :

$$T_0 = 2\pi \sqrt{LC}$$

التذبذبات القسرية في دارة RLC متوالية

10

المحتوى

- الذبذبات القسرية في دارة RLC متوالية : التيار
- المتناوب الجيبي-الشدة الفعالة ، والتوتر الفعال .
- ممانعة الدارة .
- رنين شدة التيار
- المنطقة الممرة و معامل الجودة .
- القدرة في نظام متناوب جيبي، معامل القدرة.

المعارف والمهارات المستهدفة

- التمييز بين الذبذبات الحرة والذبذبات القسرية .
- معرفة دور المثير والرنان .
- معرفة تعبير ممانعة الدارة و وحدتها (Ω)
- إثبات المعادلة التفاضلية وحلها باستعمال إنشاء فرينيل .
- تعرف ظاهرة الرنين .
- معرفة تعبير معامل الجودة ومدلول المقادير المعبرة عنه ووحداتها .
- معرفة العوامل المؤثرة على معامل الجودة .
- تحديد المنطقة الممرة ذات 3dB .
- تعرف ظاهرة فوق التوتر .
- معرفة القدرة في النظام المتناوب الجيبي .
- معرفة أن القدرة المتوسطة بالنسبة لدارة RLC متوالية تستهلك فقط بمفعول جول وتساهي $R.I^2$
- معرفة معامل القدرة.

التذبذبات القسرية في دارة RLC متوالية

$$|\phi| = 2\pi \cdot \frac{\tau}{T}$$

تحديد قيمة ϕ : تحدد ϕ اعتمادا على العلاقة :

τ : التأخر الزمني بين

التوتر و التيار وهو :

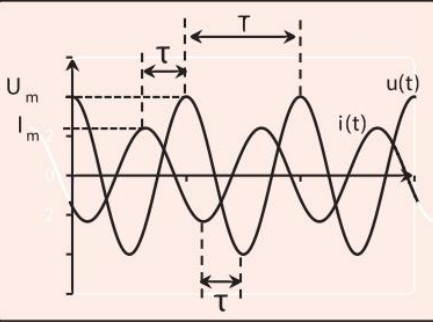
$$\tau = \phi / \omega$$

حيث يمكن قياس τ بين

التوتر و التيار على

شاشة راسم التذبذب

وكذلك الدور T .



دراسة دارة RLC متوالية في نظام جيبي و قسري

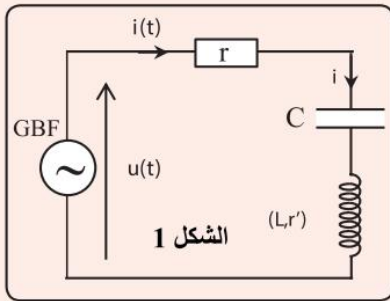
II

1 الذبذبات القسرية في دارة RLC

يزود المولد GBF الدارة RLC المتوالية بتوتر متناوب جيبي

$U(t) = U_m \cdot \cos(\omega t + \phi_U)$ ، فيظهر في الدارة RLC تيار كهربائي

شدته $i(t) = I_m \cdot \cos(\omega t + \phi_i)$.



المولد GBF ذو التردد N يجبر الدارة RLC المتوالية على ان تتذبذب

بتردد مخالف لتردها الخاص N_0 لذي نقول ان الذبذبات الناتجة ذبذبات

القسرية

المولد GBF يزود RLC بتوتر متناوب جيبي فنقول ان الدارة RLC

المتوالية في نظام جيبي و قسري.

نسمي الدارة RLC المتوالية : الرنان . والمولد GBF : المثير .

2 مفهوم الممانعة

ممانعة Z مقدار فيزيائي يميز ثنائي القطب و تتعلق بالتردد N وحدتها

في النظام العالمي للوحدات هي Ω و تعرف بالعلاقة التالية :

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{U_m}{I_m}$$

تعتبر الدارة RLC المتوالية متذبذبا كهربائيا مخمدا ، نضيف لها على التوالي مولد GBF يزودها بتوتر متناوب جيبي يفرض عليها نظام متناوب جيبي ، نقول ان الدارة RLC المتوالية توجد في نظام جيبي و قسري .

النظام المتناوب الجيبي

I

1 التيار المتناوب الجيبي.

نعبر عن التوتر المتناوب الجيبي بـ : $i(t) = I_m \cdot \cos(\omega t + \phi_i)$

حيث ω هو النبض بـ rad/s حيث $\omega = 2\pi N = 2\pi / T$

ϕ_i : طور التيار عند أصل التواريخ بوحدة rad .

$(\omega t + \phi_i)$ طور التيار عند اللحظة t بوحدة rad .

I_m القيمة القصوى للشدة للتيار بوحدة A

بينما القيمة الفعالة فتعطى بالعلاقة :

حيث I تقاس باستعمال جهاز الامبيرمتر.

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

2 التوتر المتناوب الجيبي .

نعبر عن التوتر المتناوب الجيبي بـ : $U(t) = U_m \cdot \cos(\omega t + \phi_U)$

حيث ω هو النبض بـ rad/s حيث $\omega = 2\pi N = 2\pi / T$

ϕ_U : طور التوتر عند أصل التواريخ بوحدة rad .

$(\omega t + \phi_U)$ طور التوتر عند اللحظة t بوحدة rad .

U_m القيمة القصوى للتوتر بوحدة V

بينما القيمة الفعالة فتعطى بالعلاقة :

حيث U تقاس باستعمال جهاز الفولطمتر.

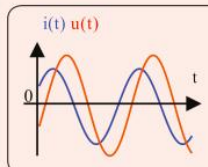
$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

3 طور التوتر بالنسبة للتيار.

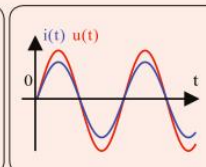
تعريف : نعرف ϕ طور التوتر $U(t)$ بالنسبة للتيار $i(t)$ بالعلاقة التالية :

$\phi = \phi_U - \phi_i$ حيث اصطلاحا نأخذ طور التيار هو أصل الأطوار اي $\phi_i = 0$

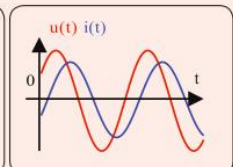
ومنه $\phi = \phi_U$ حيث تشير إلى تقدم أو تأخر التوتر بالنسبة لشدة التيار



$U(t)$ متأخرة في الطور
على $i(t)$
 $\phi < 0$

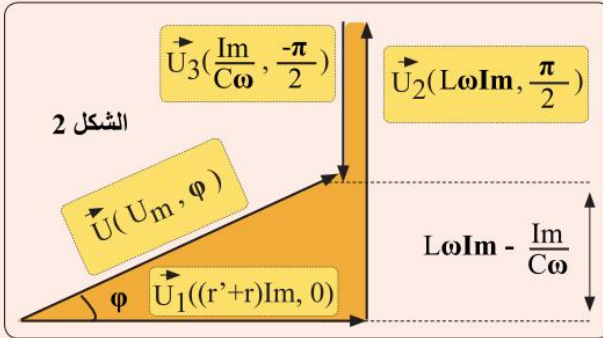


$U(t)$ متساوية في
الطور مع $i(t)$
 $\phi = 0$



$U(t)$ متقدمة في
الطور على $i(t)$
 $\phi > 0$

التذبذبات القسرية في دارة RLC متوالية



اعتمادا على الشكل 2 أعلاه يمكن أن نستخرج

$$U_m^2 = ((r' + r)I_m)^2 + \left(L\omega I_m - \frac{I_m}{C\omega}\right)^2 \quad \text{العلاقات التالية :}$$

$$U_m = \left[\sqrt{(r' + r)^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} \right] I_m \quad \text{وبالتالي :}$$

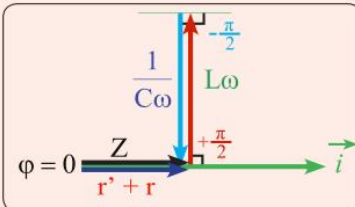
$$Z = \sqrt{(r' + r)^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} \quad \text{وبما أن } Z = U_m / I_m \text{ فإن :}$$

$$\cos \varphi = \frac{r' + r}{Z}$$

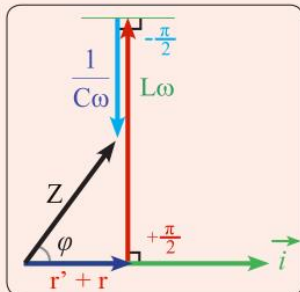
$$\tan \varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{r' + r} \quad \text{وكذلك :}$$

اعتمادا على العلاقة الخاصة بـ $\tan(\varphi)$ يمكن أن نستنتج أن :

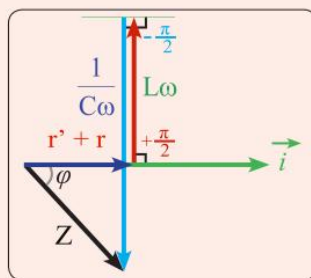
إذا كان $\varphi = 0$ فإن $\tan(\varphi)$ منعدم و $U(t)$ و $i(t)$ على توافق في الطور و التأثير التحريضي يساوي التأثير الكثافي.



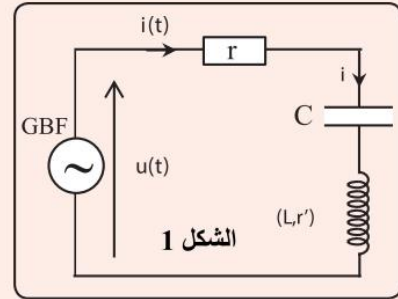
إذا كان $\varphi > 0$ فإن $\tan(\varphi)$ أكبر من 0 و $U(t)$ متقدمة في الطور على $i(t)$ و التأثير التحريضي أكبر من التأثير الكثافي.



إذا كان $\varphi < 0$ فإن $\tan(\varphi)$ أصغر من 0 و $i(t)$ متقدمة في الطور على $U(t)$ و التأثير الكثافي أكبر من التأثير التحريضي.



3 المعادلة التفاضلية للدارة .



لدينا : $u(t) = U_R + U_L + U_C$

حيث : $U_R = r \cdot i(t)$ و $U_C = \frac{Q(t)}{C} = \frac{1}{C} \int i(t) dt$

و كذلك : $U_L = r' \cdot i(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt}$

و منه المعادلة التفاضلية للدارة RLC المتوالية هي :

$$u(t) = (r' + r) \cdot i(t) + L \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} \int i(t) dt$$

و لدينا : $i(t) = I_m \cdot \cos(\omega t)$ وبحساب مشتقة و تكامل التيار نحصل على :

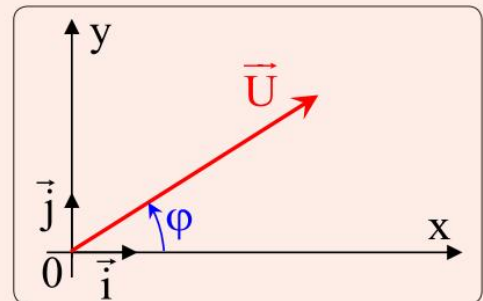
$$u(t) = (r' + r) \cdot I_m \cos(\omega t) + L\omega I_m \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{I_m}{C\omega} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

يمكن حل المعادلة التفاضلية اعتمادا على إنشاء فريويل .

حيث في معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) نقرن لكل مقدار جيبي

$y = b \cdot \cos(\omega t + \varphi)$ بمتجهة \vec{U} تسمى متجهة فريويل تمثل عند اللحظة

$t = 0$ حيث : $b = \|\vec{U}\|$ / $\varphi = (\vec{i}, \vec{U})$



$$u(t) = (r' + r) \cdot I_m \cos(\omega t) + L\omega I_m \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{I_m}{C\omega} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\vec{U}(U_m, \varphi)$$

$$\vec{U}_2(L\omega I_m, \frac{\pi}{2})$$

$$\vec{U}_1((r' + r)I_m, 0)$$

$$\vec{U}_3(\frac{I_m}{C\omega}, -\frac{\pi}{2})$$



التذبذبات القسرية في دارة RLC متوالية

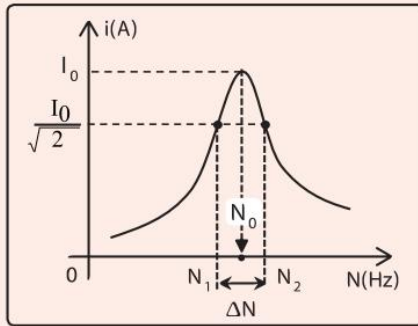
إذا كان : $L\omega_0 - \frac{1}{C\omega_0} = 0$ فإن : $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$
 وحيث : $\omega_0 = 2\pi N$ إذن : $N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$
 يعني عند الرنين :

$$\tan(\varphi) = 0$$

$$Z = R_T$$

$$LC\omega_0^2 - 1 = 0$$

3 المنطقة الممررة ذات -3dB .



المنطقة الممررة

-3dB هي مجال

الترددات للمولد حيث

تكون الاستجابة أكبر أو

على الأقل تساوي $\frac{I_0}{\sqrt{2}}$

عند الرنين : $I_0 = U/R_T$

حسب المنحنى القيمتان

N_1 و N_2 يوافقان شدة

التيار $\frac{I_0}{\sqrt{2}}$

$$Z = R_T \sqrt{2} \leftarrow I = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = \frac{U}{R_T \sqrt{2}} = \frac{U}{Z}$$

$$R_T \sqrt{2} = \sqrt{(R_T)^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} \text{ يعني :}$$

$$2.R_T^2 = (R_T)^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2 \text{ يعني :}$$

$$\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2 - R_T^2 = 0 \text{ يعني : } R_T^2 = \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2$$

$$\left(L\omega_2 - \frac{1}{C\omega_2} - R_T\right) \left(L\omega_1 - \frac{1}{C\omega_1} + R_T\right) = 0 \text{ ومنه :}$$

$$L\omega_1 - \frac{1}{C\omega_1} = -R_T \text{ و } L\omega_2 - \frac{1}{C\omega_2} = R_T \text{ يعني :}$$

$$LC\omega_2^2 - 1 = R_T C\omega_2 \text{ و } LC\omega_1^2 - 1 = -R_T C\omega_1 \text{ يعني :}$$

ب طرح المعادلة الأولى من الثانية نحصل على :

$$LC(\omega_2^2 - \omega_1^2) = R_T C(\omega_2 + \omega_1)$$

$$\Delta N = N_2 - N_1 = \frac{R_T}{2\pi L} \text{ يعني : } \Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = \frac{R_T}{L} \text{ ومنه :}$$

$$\Delta N = \frac{R_T}{2\pi L}$$

و

$$\Delta\omega = \frac{R_T}{L}$$

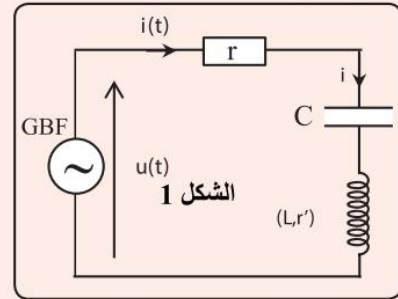
ومنه :

ظاهرة الرنين الكهربائي

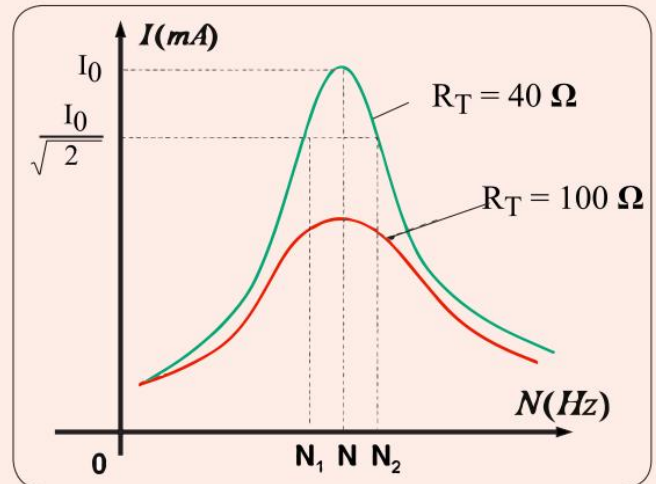
III

1 إبراز الرنين الكهربائي تجريبيا.

ننجز التركيب التجريبي التالي :



ن بقي التوتر الفعال للمولد GBF ثابت ثم نغير N تردده ونقيس تغيرات الشدة الفعالة للتيار الكهربائي في الدارة بدلالة تغيرات التردد، ثم نغير قيمة المقاومة الكلية $R_T = r' + r$ للدارة ونعيد الدراسة. فنحصل على منحنى الاستجابة التالي :



نلاحظ كلما كانت مقاومة الدارة صغيرة كلما كان الرنين حادا.

و نلاحظ مهما كانت المقاومة الإجمالية R_T للدارة فإن :

1- شدة التيار الفعال تأخذ قيمة قصوى عندما يتساوى تردد GBF (المثير) N_0 تردد (الرنان). فنقول ان الدارة الكهربائية في حالة **الرنين**

- عند $R = 40\Omega$ الرنين حاد .

و عند $R = 100\Omega$ الرنين ضبابي .

قيمة التردد عند الرنين هي :

$$N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

2 تعبير الممانعة و الطور عند الرنين .

عند الرنين تكون شدة التيار ا قصوى يعني الممانعة Z دنوية ($I = U/Z$)

$$L\omega_0 - \frac{1}{C\omega_0} = 0 \text{ إذا كان :}$$

ومنه فإن $Z = r' + r$ و $\tan\varphi = 0$ يعني $U(t)$ و $i(t)$ على توافق في الطور.

التذبذبات القسرية في دارة RLC متوالية

$$\cos a \cos b = \frac{1}{2} (\cos(a+b) + \cos(a-b)) \quad \text{ونعلم أن :}$$

ومنه :

$$P_1 = UI [\cos(\varphi) + \cos(2\omega t + \varphi)]$$

2 القدرة المتوسطة أو القدرة النشيطة P

نعتبر E الطاقة الكهربائية المكتسبة من طرف ثنائي القطب AB خلال دور T .

$$P = \frac{E}{T} \quad \text{القدرة المتوسطة أو القدرة النشيطة P تعرف بالعلاقة التالية :}$$

$$E = \int_0^T P_1 dt = \int_0^T UI [\cos(\varphi) + \cos(2\omega t + \varphi)] dt \quad \text{حيث :}$$

$$E = UI \left[\int_0^T \cos(\varphi) dt + \int_0^T \cos(2\omega t + \varphi) dt \right] \quad \text{يعني :}$$

$$E = UI \cos(\varphi) [t]_0^T + \frac{UI}{2\omega} [\sin(2\omega t + \varphi)]_0^T \quad \text{يعني :}$$

$$E = UIT \cos(\varphi) + \frac{UI}{2\omega} [\sin(2\omega T + \varphi) - \sin(\varphi)] \quad \text{يعني :}$$

$$\text{بما أن : } \omega = \frac{2\pi}{T} \quad \text{فإن :}$$

$$E = UIT \cos(\varphi) + \frac{UI}{2\omega} [\sin(4\pi + \varphi) - \sin(\varphi)]$$

$$E = UIT \cos(\varphi) + 0 \quad \text{ومنه :}$$

$$W \rightarrow P = U \cdot I \cdot \cos(\varphi) \quad \text{فإن : } P = \frac{E}{T}$$

V A

$$P = U \cdot I \cdot \cos(\varphi)$$

القدرة الظاهرية معامل القدرة

$$\text{بالنسبة للدارة RLC المتوالية ، نعلم أن : } \cos(\varphi) = \frac{R_T}{Z} \quad \text{و } U = Z \cdot I$$

$$\text{ومنه : } P = R_T \cdot I^2$$

و هذا يدل على أن : لا تستهلك القدرة الكهربائية المتوسطة إلا من طرف المقاومة R_T بمفعول جول في الدارة RLC المتوالية.

من العلاقات السابقة يمكن أن نستنتج :

- إذا كانت R صغيرة تكون ΔN صغيرة و بالتالي الرنين حاد
- إذا كانت R كبيرة تكون ΔN كبيرة و بالتالي الرنين ضبابي

4 معامل الجودة.

يعرف معامل الجودة بالعلاقة التالية :

$$Q = \frac{N_0}{\Delta N}$$

معامل الجودة يتناسب عكسيا مع عرض المنطقة الممررة نبرعنه بدون وحدة وتميزحدة الرنين .

كلما كان الرنين حادا كلما كانت قيمة Q كبيرة .

كلما كانت Q صغيرة كلما كانت الدارة مخمدة .

$$\text{لدينا : } Q = \frac{N_0}{\Delta N} \quad \text{و لدينا : } \omega = 2\pi N \quad \text{و منه : } Q = \frac{N_0}{\Delta N} = \frac{\omega_0}{\Delta \omega}$$

$$\text{ولدينا : } N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad \text{و } \Delta N = \frac{R_T}{2\pi L} \quad \text{و } \Delta \omega = \frac{R_T}{L}$$

ومنه :

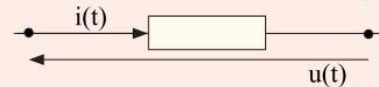
$$Q = \frac{N_0}{\Delta N} = \frac{\omega_0}{\Delta \omega} = \frac{L\omega_0}{R_T} = \frac{1}{R_T} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$\text{عند الرنين يكون التوتر الفعال : } U = R_T \cdot I_0 \quad \text{و } L \cdot \omega_0 = \frac{1}{C\omega_0}$$

$$Q = \frac{L \cdot \omega_0 \cdot I_0}{R_T \cdot I_0} = \frac{I_0}{C \cdot R_T \cdot \omega_0 \cdot I_0} = \frac{U_L}{U} = \frac{U_R}{U}$$

عندما يكون الرنين حادا تكون قيمة Q كبيرة إذن : $U_L > U$ و $U_C > U$
نسمي هذه الظاهرة ، ظاهرة «فرط التوتر» وهي ظاهرة تشكل بعض المخاطر قد تؤدي إلى إتلاف عناصر الدارة الكهربائية .

IV القدرة في النظام المتناوب الجيبي

1 القدرة اللحظية P_i 

نعتبر ثنائي القطب ، يمر فيه تيار كهربائي شدته اللحظية :

$$i(t) = I \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(\omega t)$$

$$u(t) = I \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(\omega t + \varphi)$$

القدرة اللحظية هي : $P_i = u(t) \cdot i(t)$

$$\text{يعني : } P_i = 2UI \cos(\omega t + \varphi) \cos(\omega t)$$

الموجات الكهرمغناطيسية - نقل المعلومة

المحتوى

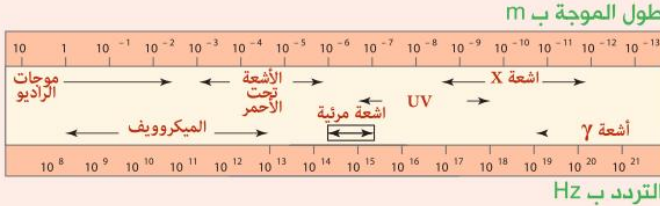
- الموجات الكهرمغناطيسية.
- نقل المعلومات.
- تضمين توتر جيبي

المعارف والمهارات المستهدفة

- معرفة كيف يتم نقل المعلومات بواسطة موجة كهرمغناطيسية حاملة
- معرفة سرعة نقل المعلومات .
- معرفة أهم العمليات اللازمة لتحويل المعلومات إلى رسائل شفوية أو كتابية .
- التعرف على الجهاز الذي يمكن من الحصول على المعلومات عند استقبالها .
- معرفة أن الضوء هو عبارة عن موجات كهرمغناطيسية ذات ترددات معينة .
- معرفة أن الموجة الكهرمغناطيسية المرسلية عبر هوائي لها نفس تردد الإشارة الكهربائية المرسلية، ونفس الشيء عند الاستقبال .
- معرفة التعبير الرياضي لتوتر جيبي .
- معرفة أن نقل المعلومات بواسطة موجة كهرمغناطيسية يتم بدون نقل للمادة ولكن بنقل للطاقة .
- معرفة أن الهوائي يمكن توظيفه كمرسل وكمستقبل (جهاز الهاتف المحمول مثلا)



الموجات الكهرمغناطيسية - نقل المعلومة

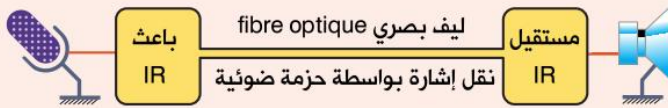


نستعمل الموجات الكهرمغناطيسية ذات ترددات جد عالية، لنقل المعلومات عبر الأقمار الاصطناعية وأجهزة أخرى، فما هي الموجة الكهرمغناطيسية؟ وكيف تستعمل لنقل معلومة ما.

الموجات الكهرمغناطيسية

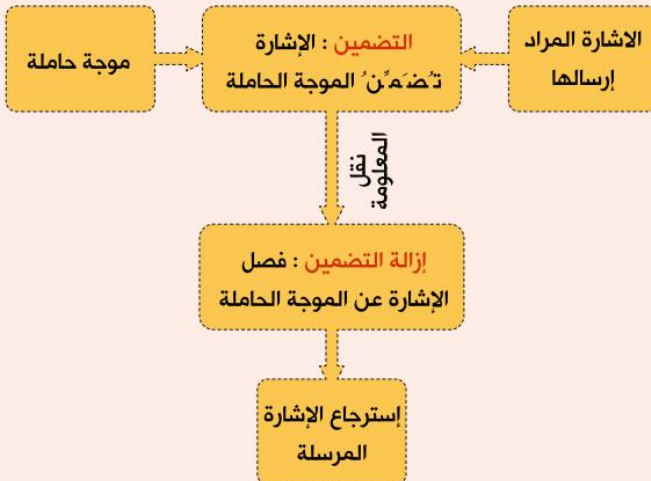
نقل المعلومات

1 نقل إشارة صوتية بواسطة حزمة ضوئية



- يلتقط الميكروفون الإشارة الصوتية و يحولها إلى إشارة signale كهربائية.
- تحمل الحزمة لضوئية IR المنتشرة داخل الليف لبصري هذه الإشارة الكهربائية بسرعة انتشار تقارب 2.10^8 m.s^{-1} .
- يستقبل مكبر الصوت الإشارة الكهربائية و يحولها إلى إشارة صوتية.
- تسمى الموجة الضوئية الموجة الحاملة onde porteuse و يتغير شكلها حسب الإشارة الكهربائية المراد نقلها، نقول أن الحزمة الضوئية مضمنة.
- باعث IR يقوم بعملية التضمين و مستقبل IR يقوم بإزالة التضمين.

2 - الإشارة والموجة الحاملة

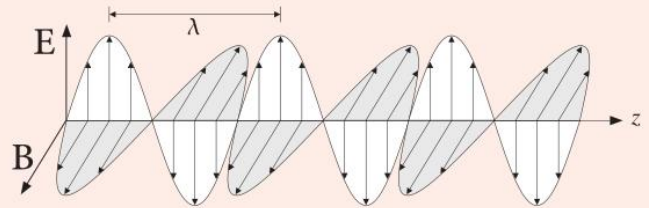


- تحول المعلومة المراد إرسالها إلى إشارة signale كهربائية.
- تضمن هذه الإشارة الكهربائية الموجة الحاملة onde porteuse و تغير إحدى مميزاتا (الوسع، التردد، الطور) و يسمى هذا مبدأ التضمين.

ملحوظة:

الإشارة المراد إرسالها (إشارة مضمنة تضم المعلومة) إشارة كهربائية ذات تردد منخفض أما الموجة الحاملة فهي موجة جيئية ترددها مرتفع .

1 تعريف : كل الشحن الكهربائية المتحركة لها مجال كهربائي E و مجال مغناطيسي B ، و انتشار هاذين المجالين يشكل موجة كهرمغناطيسية.



- تنتشر الموجات الكهرمغناطيسية في الفراغ و في الأوساط المادية العازلة وفق مسار مستقيمي في جميع الاتجاهات، و تنعكس على السطوح الفلزية (خاصية تستغل في هوائيات الاستقبال) .
- تنتشر الموجات الكهرمغناطيسية في الفراغ بسرعة $c = 3.10^8 \text{ m.s}^{-1}$.
- تتميز الموجات الكهرمغناطيسية بتردها ل أو بطول موجتها في الفراغ، وهما يرتبطان بالعلاقة التالية : $\lambda = c.T = \frac{c}{f}$

يعتبر الفيزيائي الألماني هرنش هرتز Hertz أول من أبرز تجريبيا وجود الموجات الكهرمغناطيسية وكذا انتشارها في الهواء . وقد أطلق على هذه الموجات اسم الموجات الهيرتزية . قد اكتشف أن الموجات الكهرمغناطيسية ذات ترددات جد كبيرة يمكن إرسالها إلى مسافات بعيدة وفي كل الاتجاهات .

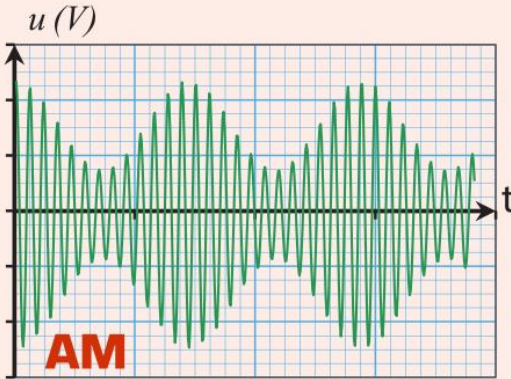


2 استعمال الموجات الكهرمغناطيسية.

- تستعمل الموجات الكهرمغناطيسية لنقل إشارة تحمل معلومات، لمسافات كبيرة جدا، دون انتقال المادة، حيث تنتقل هذه المعلومات بسرعة الموجات الكهرمغناطيسية $c = 3.10^8 \text{ m.s}^{-1}$.
- كلما كان تردد الموجة عاليا، كلما تمكنت هذه الأخيرة من قطع مسافة أكبر.
- يستعمل مجال الترددات المنخفضة و المتوسطة للموجات الكهرمغناطيسية الهرتزية لنقل موجات الراديو.
- أما مجال الترددات العالية جدا، فيستعمل لنقل المعلومات عبر الأقمار الاصطناعية.



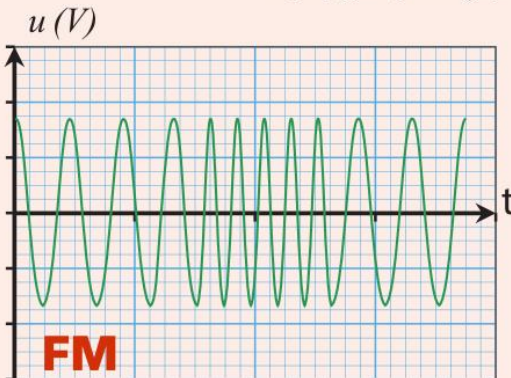
الموجات الكهرومغناطيسية - نقل المعلومة



3 - 2 - تضمين التردد.

تعبير التوتر المضمن هو : $u(t) = U_m \cdot \cos(2\pi \cdot f(t) \cdot t + \phi)$

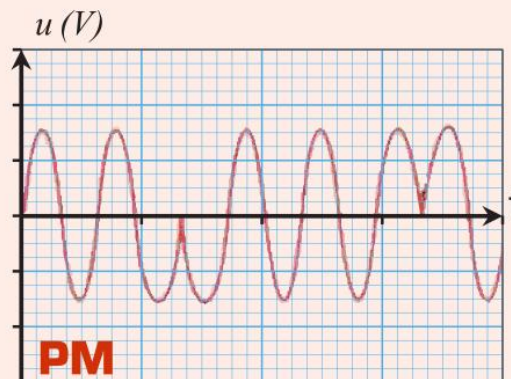
حيث التردد f للموجة الحاملة $u(t)$ يتغير حسب تغير الإشارة المضمّنة .
وقيمة الوسع U_m و الطور ϕ ثابتة .



3 - 3 - تضمين الطور.

تعبير التوتر المضمن هو : $u(t) = U_m \cdot \cos(2\pi \cdot f \cdot t + \phi(t))$

حيث الطور ϕ الخاص بالموجة الحاملة $u(t)$ يتغير حسب تغير الإشارة المضمّنة .
وقيمة الوسع U_m و التردد f ثابتة .

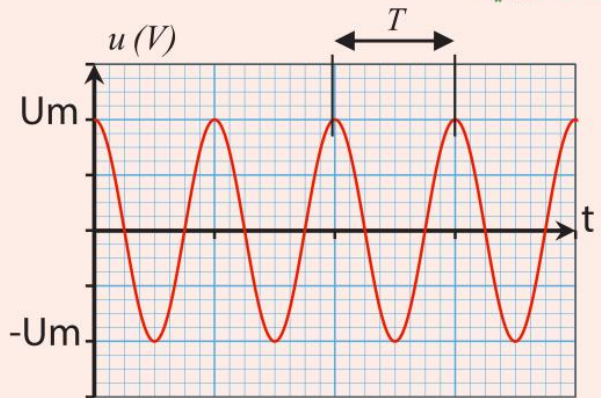


تضمين توتر جيبى

III

1 مبدأ التضمين

توافق المعلومات المراد نقلها إشارات ذات ترددات منخفضة BF إلا أن هذه الإشارات لا يمكن أن تنتقل نظرا لعدة أسباب :
أن أبعاد الهوائي المستعمل لموجة معينة يجب أن تقارب نصف طول الموجة $\lambda/2$ وهذا يتطلب أبعاد كبيرة جدا غير قابلة للإنجاز .
لا يمكن للمستقبل التمييز بين مختلف الإرسالات نظر لضيق مجال ترددات BF وكذلك لأن - الإشارات BF تخمد مع طول المسافة .
ولنقل المعلومة يتم استعمال موجات حاملة و هي عبارة عن موجات كهرومغناطيسية ذات ترددات عالية HF , نقول في هذه الحالة أنه تم تضمين الموجة الحامل ذات التردد العالي بإشارة ترددها منخفض BF.

2 التوتر الجيبى $U(t)$ 

تعبير توتر جيبى يكون على شكل :

$$u(t) = U_m \cdot \cos(2\pi \cdot f \cdot t + \phi)$$

حيث : U_m هو الوسع يقاس ب V و f التردد يقاس ب Hz و ϕ الطور عند $t=0$ بوحدة rad

3 المقادير التي يمكن تضمينها .

3 - 1 - تضمين الوسع.

تعبير التوتر المضمن هو : $u(t) = U_m(t) \cdot \cos(2\pi \cdot f \cdot t + \phi)$

حيث الوسع U_m للموجة الحاملة $u(t)$ يتغير حسب تغير الإشارة المضمّنة .
وقيمة التردد f و الطور ϕ ثابتة .

الموجات الكهرومغناطيسية - تضمين الوسع

12

المحتوى

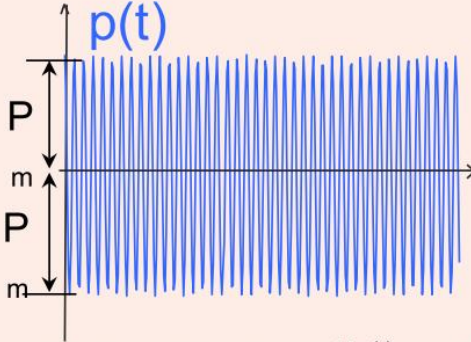
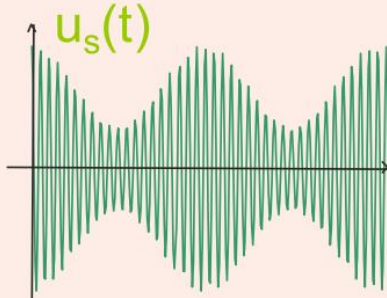
- تضمين الوسع : مبدأ تضمين الوسع .
- مبدأ إزالة التضمين .
- إنجاز جهاز يمكن من استقبال بث إذاعي بتضمين الوسع.

المعارف والمهارات المستهدفة

- معرفة أن تضمين الوسع هو جعل الوسع المضمن عبارة عن دالة تألفية للتوتر المضمن tension modulante
- معرفة شروط تفادي ظاهرة فوق التضمين surmodulation
- التعرف على مختلف المراحل التي تدخل في تضمين الوسع .
- استغلال مختلف المنحنيات المحصل عليها تجريبيا.
- إنجاز دائرة كهربائية لتضمين الوسع انطلاقا من تبيانته .
- معرفة دور مختلف المرشحات (filtres) المستعملة .
- التعرف على مراحل إزالة التضمين .
- القدرة على إنجاز تجارب إزالة التضمين بشكل سليم انطلاقا من تبيانته .
- معرفة شروط الحصول على جودة جيدة سواء عند التضمين أو عند إزالة التضمين .
- معرفة دور الدارة السدادة circuit bouchon للتيار LC في انتقاء توتر مضمن .
- تعرف المكونات الأساسية التي تدخل في تركيب جهاز الاستقبال الراديو AM ودورها في عملية إزالة التضمين.



الموجات الكهرومغناطيسية - تضمين الوسع

في المدخل E2 : $p(t) = P_m \cdot \cos(2\pi \cdot f_p \cdot t)$ في المخرج S : توتر $U_S(t)$ مضمن الوسع غلافه يتبع التوتر المضمن $s(t)$ 

خلاصة : التوتر المحصل عند مخرج الدارة المتكاملة المنجزة للجداء ، توتر مضمن الوسع يضمن التوتر ذو التردد المنخفض وسع التوتر ذا التردد العالي والذي يسمى التوتر الحامل .

3 تعبير التوتر المضمن.

لدينا توتر الموجة الحاملة هو : $p(t) = P_m \cdot \cos(2\pi \cdot f_p \cdot t)$ لدينا توتر الإشارة المضمنة : $s(t) + U_0 = U_0 + S_m \cdot \cos(2\pi \cdot f_s \cdot t)$ وبالتالي التوتر عند المخرج S هو : $u_s(t) = k \cdot (U_0 + s(t)) \cdot p(t)$ حيث k معامل خاص بالدارة المتكاملة.

ومنه تعبير التوتر المضمن هو :

$$u_s(t) = k \cdot P_m \cdot (U_0 + S_m \cdot \cos(2\pi \cdot f_s \cdot t)) \cdot \cos(2\pi \cdot f_p \cdot t)$$

حيث الوسع هو : $U_m(t) = k \cdot P_m \cdot (U_0 + S_m \cdot \cos(2\pi \cdot f_s \cdot t))$ أي تعبير الوسع : $U_m(t) = k \cdot P_m \cdot U_0 \cdot (1 + \frac{S_m}{U_0} \cdot \cos(2\pi \cdot f_s \cdot t))$ يعني تعبير الوسع هو : $U_m(t) = A \cdot (1 + m \cdot \cos(2\pi \cdot f_s \cdot t))$ حيث : $A = k \cdot P_m \cdot U_0$ و $m = \frac{S_m}{U_0}$

خلاصة : في تضمين الوسع وسع الإشارة المضمنة دالة تألفية للتوتر المضمن

$$U_m(t) = A \cdot (1 + m \cdot \cos(2\pi \cdot f_s \cdot t))$$

تسمى النسبة $m = \frac{S_m}{U_0}$ نسبة التضمين.

I تضمين الوسع

1 مبدأ تضمين الوسع

يتم الحصول على تضمين الوسع بإنجاز جداء توترين هما :

 $p(t) = P_m \cdot \cos(2\pi \cdot f_p \cdot t)$ - وهو توتر جيبى ذو تردد f_p عالي HF
 (التوتر الموافق للموجة الحاملة)

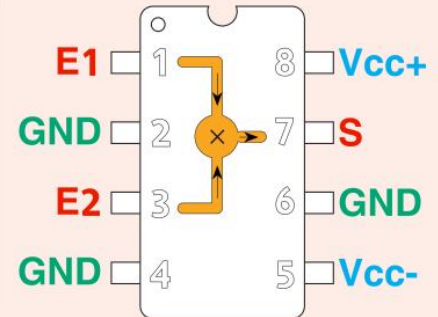
 $s(t) + U_0 = U_0 + S_m \cdot \cos(2\pi \cdot f_s \cdot t)$ - توتر مساوي مجموع
 توتر مستمر U_0 (توتر الإزاحة) و توتر جيبى تردده f_s منخفض BF (الموافق للإشارة المضمنة)

تستعمل الدارة المتكاملة AD633 لإنجاز هذا الجداء
 و للحصول على توتر مضمن يتناسب مع هذا الجداء.

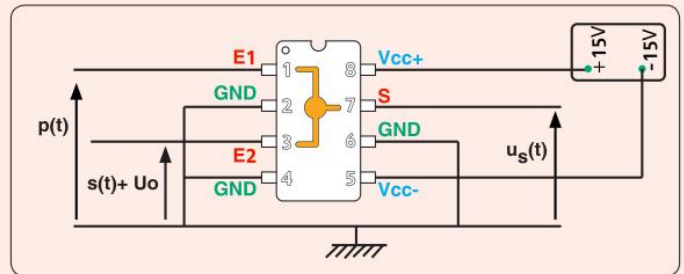
2 إبراز التجريبي لتضمين الوسع.



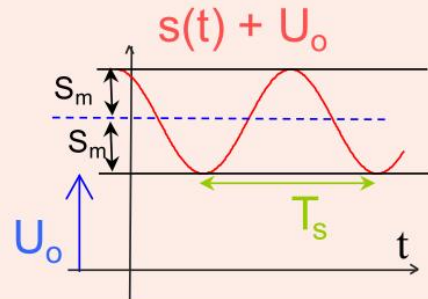
E1 : المدخل 1
 المربط الأرضي : GND
 E2 : المدخل 2
 التغذية الموجبة : V_{cc+}
 $+15V$
 التغذية السالبة : V_{cc-}
 $-15V$
 S : المخرج (الجداء)



ننجز التركيب التجريبي التالي :



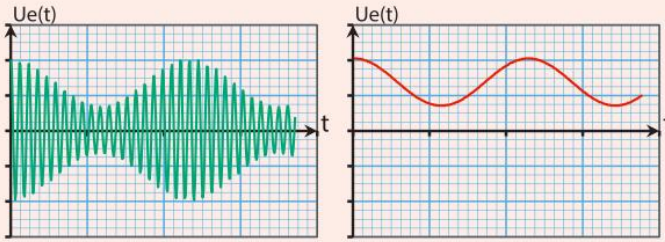
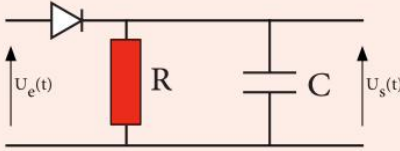
بواسطة رأسم التذبذب نعين مايلي :

في المدخل E1 : $s(t) + U_0 = U_0 + S_m \cdot \cos(2\pi \cdot f_s \cdot t)$ 

الموجات الكهرومغناطيسية - تضمين الوسع

1 كشف غلاف الإشارة المضمنة

لكشف غلاف الإشارة المضمنة يجب إزالة الموجة الحاملة يجب استعمال مرشح مرور للترددات المنخفضة هو تركيب يسمح بمرور إشارات ذات ترددات منخفضة ، مثل ثنائي قطب RC متوازي. (استعمل الصمام لإزالة الجزء السالب للإشارة المضمنة)



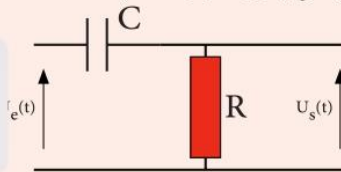
ملحوظة : للحصول على كشف غلاف جيد يجب أن يكون التوتر في مخرج دائرة كاشف الغلاف ذا تموجات صغيرة ويتبع بكيفية أحسن شكل الإشارة المضمنة ويتحقق هذا إذا كانت ثابتة الزمن $\tau = RC$ تحقق :

$$T_p \ll \tau = RC < T_s$$

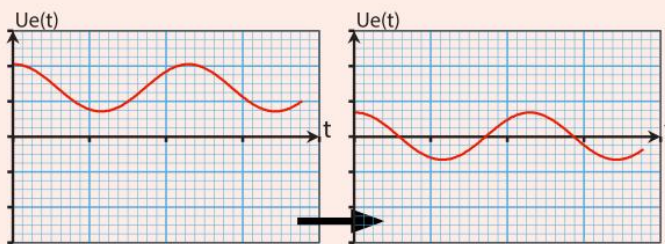
T_p : دور الموجة الحاملة T_s : دور الإشارة المضمنة

2 إزالة المركبة المستمرة U_0 .

إزالة المركبة المستمرة U_0 يجب استعمال مرشح مرور للترددات المرتفعة وهو ثنائي قطب RC متوالي ، يسمح بمرور إشارات ذات ترددات مرتفعة ولايسمح بمرور التوترات الثابتة .

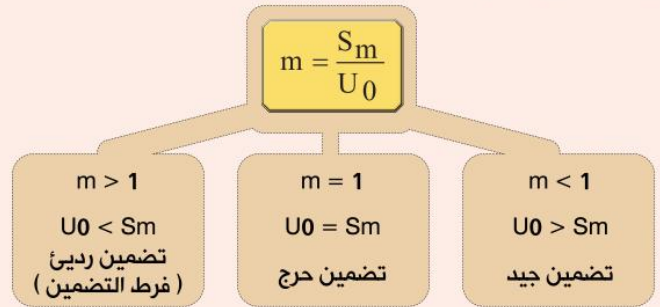


مثال لمرشح للترددات المرتفعة

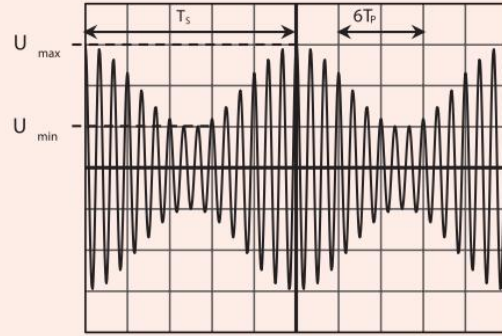


4 جودة التضمين

جودة التضمين تتعلق بنسبة التضمين :

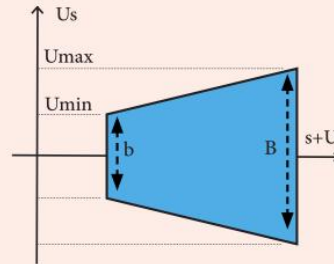


يمكن أن تحدد نسبة التضمين m اعتمادا على المنحنى المحصل عليه حيث :



$$m = \frac{U_{\max} - U_{\min}}{U_{\max} + U_{\min}}$$

أو يمكن تحديد m اعتمادا على شبه المنحرف المحصل عليه في شاشة راسم التدبذب عندما نشغل الكسح xy حيث :



$$m = \frac{B - b}{B + b}$$

B : القاعدة الكبرى لشبه المنحرف
 b : القاعدة الصغرى لشبه المنحرف

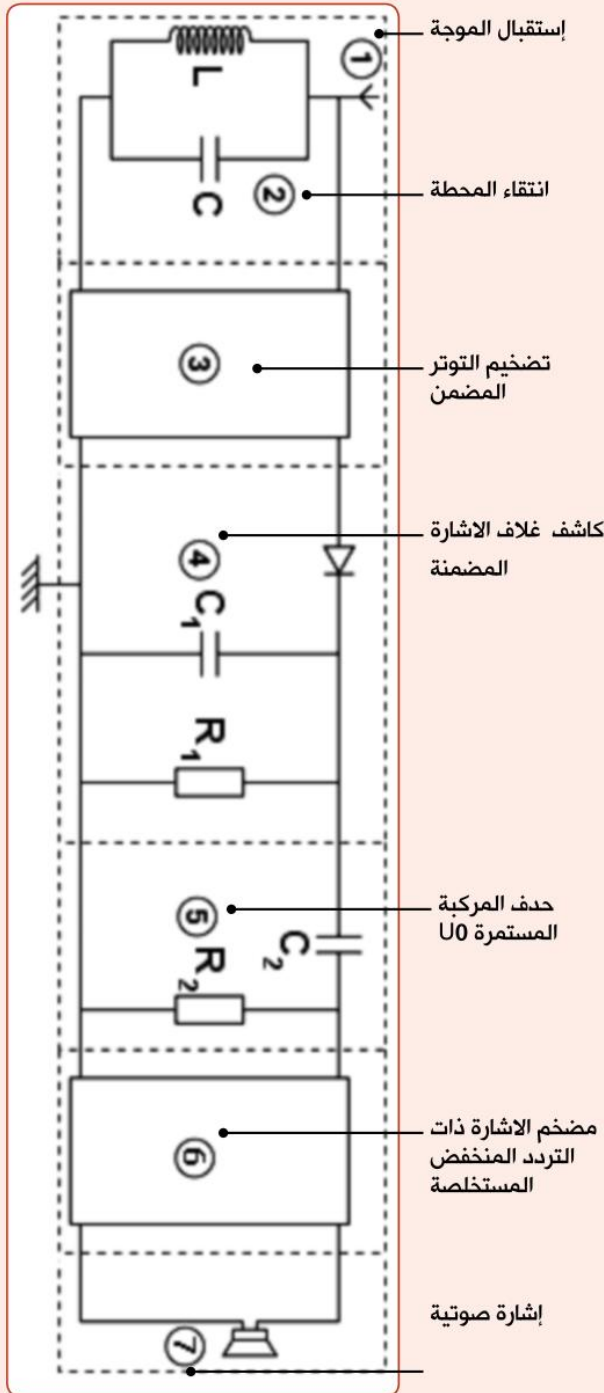
جودة التضمين تتعلق أيضا بتردد الموجة الحاملة : كلما كان $f_p \gg f_s$: حيث f_p : تردد الموجة الحاملة و f_s تردد التوتر المضمن (على الأقل $f_p > 10 \cdot f_s$).

إزالة تضمين التوسع

تتمثل عملية إزالة التضمين في استخراج المعلومة المنقولة (الإشارة المضمنة) من الإشارة المضمنة (الموجة الحاملة) و تضم مرحلتين متتاليتين:
- كشف غلاف التوتر المضمن بواسطة صمام ثنائي ودائرة RC متوازية.
- حذف المركبة المستمرة U_0 للتوتر بواسطة مرشح مرور للترددات العالية وهو دائرة RC متوازية.

الموجات الكهرومغناطيسية - تضمين الوسع

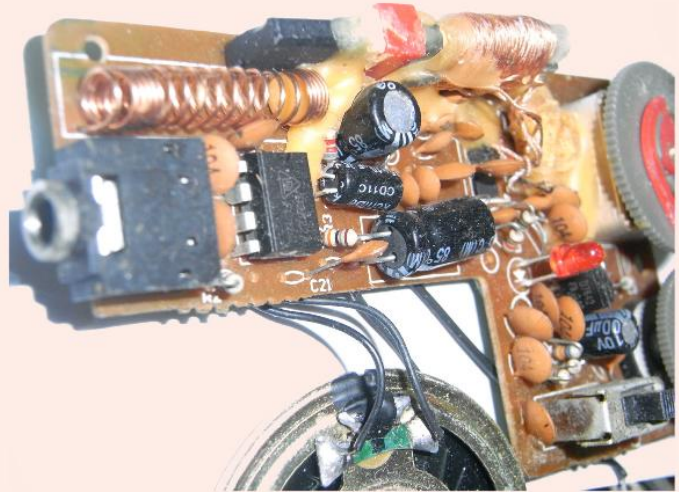
إزالة التضمين : تسمح عملية إزالة التضمين باسترجاع الإشارة المضمنة و من تم استرجاع المعلومة المرسل.



إنجاز جهاز يستقبل بث إذاعي AM

III

يعتمد مبدأ إنجاز هذا الجهاز (الراديو) على أربع مراحل أساسية هي :

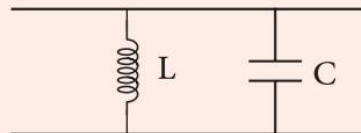


إستقبال موجات الراديو : يستعمل الهوائي (سلك موصل طوله حوالي 1m)

من استقبال جميع الموجات الكهرومغناطيسية التي تمثل البرامج التي تبثها المحطات الإذاعية والقنوات التلفزيونية حيث ينشأ توتر كهربائي في هذا الهوائي.

انتقاء المحطة : من أجل انتقاء إرسال واحد أو محطة واحدة من بين الإرسالات

والمحطات الأخرى يلزم التوفيق بين لتردد الخاص f_0 للدارة المتوازية LC وتردد الموجة المنبعثة من المحطة، ويتم ذلك بضبط L معامل التحريض الذاتي للوشيجة أو C سعة المكثف.



$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

تضخيم التوتر المضمن : التوترات التي يستقبلها الهوائي تكون ذات وسع ضعيف، لذا يجب تضخيمها قبل البدء في إزالة التضمين لأن الصمام الثنائي لا يسمح بمرور التوترات ذات وسع أقل من عتبة توتره:

قوانين نيوتن

13



المحتوى

- متجهة السرعة. متجهة التسارع .
- متجهة التسارع في أساس فريني
- القانون الثاني لنيوتن .
- دور الكتلة - أهمية اختيار المرجع في دراسة مركز
- القصور لجسم صلب .
- المراجع الغاليلية
- القانون الثالث لنيوتن : مبدأ التأثيرات المتبادلة.

المعارف والمهارات
المستهدفة

- معرفة تعبري كل من متجهة السرعة اللحظية و متجهة التسارع.
- معرفة وحدة التسارع - معرفة إحداثيات متجهة التسارع في معلم ديكارتي وفي أساس فريني .
- استغلال الجداء $\vec{a} \cdot \vec{v}$ لتحديد نوع الحركة (متباطئة - متسارعة)
- تعرف المرجع الغاليلي .
- معرفة القانون الثاني $\sum \vec{F}_{ex} = m \cdot \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ لنيوتن ومجال صلاحيته
- تعرف دور الكتلة في قصور المجموعة
- تطبيق القانون الثاني لنيوتن لتحديد المقادير المتجهية الحركية \vec{a}_G و \vec{v}_G واستغلالها
- معرفة القانون الثالث لنيوتن وتطبيقه.

قوانين نيوتن

في حركة مستوية يمكن معلمة موضع النقطة المتحركة G بأفصولها المنحني S حيث : $\vec{OG} = \vec{GK}$ و $s = f(t)$ و $s = f(t)$ المعادلة الزمنية للحركة.

3 متجهة السرعة .

تساوي متجهة السرعة اللحظية المشتقة بالنسبة للزمن لمتجهة الموضع. وحدة قياس السرعة هي $m.s^{-1}$ ونكتب :

$$\vec{V}_G = \frac{d\vec{OG}}{dt}$$

مميزات متجهة السرعة اللحظية للنقطة G في لحظة t هي:

- أصلها G.
- اتجاهها المماس للمسار في G ،
- منحها هو منحنى الحركة.
- منظمها يمكن معرفته انطلاقا من تسجيل مواضع G خلال مدد زمنية τ .

$$V_G = \frac{\Delta d}{\Delta t} = \frac{G_{i+1} - G_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}} = \frac{G_{i+1} - G_{i-1}}{2\tau}$$

تعبير متجهة السرعة اللحظية في معلم ديكارتي .

$$\vec{V}_G = \frac{d\vec{OG}}{dt} = \frac{dx}{dt} \vec{i} + \frac{dy}{dt} \vec{j} + \frac{dz}{dt} \vec{k} = \dot{x} \vec{i} + \dot{y} \vec{j} + \dot{z} \vec{k}$$

منظم متجهة السرعة اللحظية :

$$\|\vec{V}_G\| = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}$$

تعبير متجهة السرعة اللحظية في أساس فريني .

$$\vec{V}_G = v \cdot \vec{u} = \frac{ds}{dt} \cdot \vec{u} = s' \cdot \vec{u}$$

$v = \pm \|\vec{V}_G\|$ تمثل القيمة الجبرية لمتجهة السرعة اللحظية حيث :
تتعلق إشارة v بمنحنى الحركة حيث تعتبر موجبة إذا كانت G لها نفس منحنى \vec{u} وسالبة إذا كانت G تتحرك في المنحنى المعاكس لـ \vec{u}

4 متجهة التسارع .

تساوي متجهة التسارع اللحظي المشتقة بالنسبة للزمن لمتجهة السرعة اي المشتقة الثانية بالنسبة للزمن لمتجهة الموضع، وحدة قياس التسارع هي $m.s^{-2}$ و نكتب :

$$\vec{a}_G = \frac{d\vec{V}_G}{dt} = \frac{d^2\vec{OG}}{dt^2}$$

تعبير متجهة التسارع في معلم ديكارتي .

$$\vec{a}_G = \frac{d\vec{V}_G}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} \vec{i} + \frac{d^2y}{dt^2} \vec{j} + \frac{d^2z}{dt^2} \vec{k} = \ddot{x} \vec{i} + \ddot{y} \vec{j} + \ddot{z} \vec{k}$$

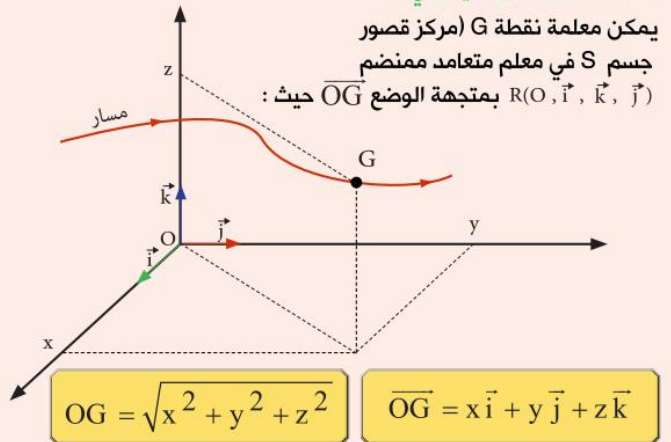
I حركية مركز القصور لجسم صلب

1 تذكير .

- رابنا في الدروس السابقة ، أن مفهوم الحركة والسكون نسبيا، أي يتعلقان بالجسم المرجعي و هو جسم صلب تدرس بالنسبة إليه حركة مجموعة ما، نقرن به :
- معلم الزمن ، ويتم تحديده باختيار أصل التواريخ (غالبا ما نختاره منطبقا مع بداية الحركة) .
- معلم الفضاء ، ويتم تحديده بأصله O وبقاعدة متعامدة ممنظمة $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ و لدراسة حركة جسم ما، نستعمل الأجسام المرجعية التالية :
- الجسم المرجعي الأرضي أو المرجع المركزي الأرضي (مركزه الأرض وثلاث محاور متعامدة متجهة نحو 3 نجوم معروفة) أو المرجع المركزي الشمسي أو مايسمى بمرجع كوبرنيك (مركزه الشمس وثلاث محاور متعامدة متجهة نحو 3 نجوم معروفة).

2 متجهة الموضع .

أ - استعمال أساس ديكارتي .

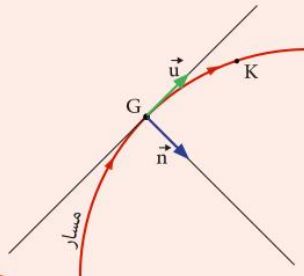


متجهة الموضع هي متجهة ينطبق أصلها مع أصل المعلم، وطرفها مع موضع المتحرك. يكون مجموع المواضع المتتالية التي تحتلها النقطة المتحركة أثناء حركتها مسار هذه النقطة.

$z = h(t), y = g(t), x = f(t)$ تسمى المعادلات الزمنية للحركة أو المعادلة البارامترية للمسار، في حالة حركة مستوية يكتفى بمعادلتين زمنيتين و في هذه الحالة تحدد معادلة المسار بإقصاء الزمن بينهما. و في حالة حركة مستقيمة توصف طبيعة الحركة بمعادلة زمنية واحدة فقط .

ب - استعمال اساس فريني .

- أساس فريني (G, \vec{u}, \vec{n}) هو أساس للإسقاط غير مرتبط بالمرجع بل مرتبط بالنقطة المتحركة G ،
- \vec{u} : متجهة واحدة حاملها المماس للمسار و موجهة في منحنى موجب اعتبارا من \vec{n} : متجهة واحدة حاملها للمنظمي و موجهة نحو تقعر المسار.

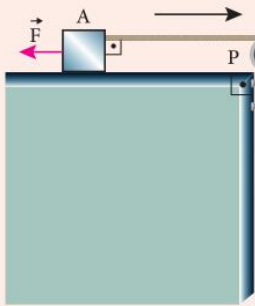


قوانين نيوتن

II قوانين نيوتن

1 القوى الداخلية والقوى الخارجية

- بعد تحديد المجموعة المدروسة (جسم أو مجموعة أجسام).
 - نسمي القوى الداخلية القوى المطبقة من قبل جسم ينتمي إلى المجموعة على جسم آخر ينتمي إلى المجموعة المدروسة.
 - نسمي القوى الخارجية القوى المطبقة من قبل جسم لا ينتمي إلى المجموعة على جسم آخر ينتمي إليها.



- مثال : نعتبر المجموعة المدروسة هي (A+B+P+الحبل).
 - القوة المطبقة من طرف الحبل على البكرة P هي قوة داخلية.
 - القوة \vec{F} المطبقة على الجسم A هي قوة خارجية.

2 القانون الأول لنيوتن - مبدأ القصور

- نص القانون : في معلم غاليلي إذا كان المجموع المتجهي للقوى الخارجية $\sum \vec{F}_{ext}$ المطبقة على مجموعة مدروسة منعما، فإن مركز قصورها G يكون ساكنا أو في حركة مستقيمة منتظمة ، يعني فإن متجهة السرعة $\vec{V}_G = cte$ تكون ثابتة :
 لمركز القصور G للجسم تكون ثابتة :

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{V}_G = cte$$

- المعالم الغاليلية : المعلم الغاليلي هو معلم يتحقق فيه مبدأ القصور.
 أمثلة لبعض المعالم الغاليلية :

- المرجع المركزي الشمسي: (مرجع كوبرنيك) مركزه الشمس والمحاور الثلاثة موجهة نحو ثلاث نجوم، وهو يعتبر أفضل مرجع غاليلي.
- المرجع المركزي الأرضي: ملائم لدراسة الأجسام التي تتحرك حول الأرض وهو ليس معلما غاليليا بالمعنى الدقيق.
- المرجع الأرضي: هو كل جسم مرتبط بسطح الأرض. يدرس الأجسام التي تتحرك على ارتفاع ضئيل منه، يمكن اعتباره غاليليا فقط بالنسبة للحركات قصيرة المدة.
- كل مرجع في إزاحة مستقيمة منتظمة بالنسبة لمرجع كوبرنيك فهو مرجع غاليلي كذلك

3 القانون الثاني لنيوتن - القانون الأساسي للتحرير

- في معلم غاليلي، يساوي المجموع المتجهي للقوى الخارجية المطبقة على جسم صلب جءا كتلته m ومتجهة التسارع \vec{a}_G لمركز قصوره.

$$\sum \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}_G$$

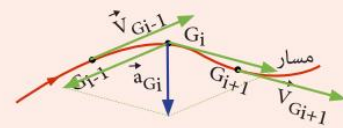
منظم متجهة التسارع :

$$\|\vec{a}_G\| = \sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2 + \ddot{z}^2}$$

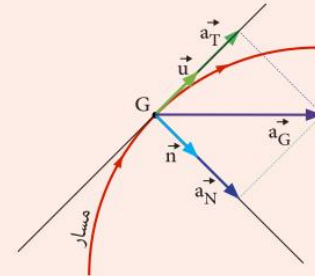
رسم متجهة التسارع :

اعتمادا على تسجيل مواضع G خلال مدد τ متتالية و متساوية يمكن إنشاء متجهة التسارع في موضع G بتطبيق العلاقة التالية:

$$\vec{a}_i = \frac{\Delta \vec{V}_i}{\Delta t} = \frac{\vec{V}_{i+1} - \vec{V}_{i-1}}{2\tau}$$



تعبير متجهة التسارع في أساس فريني .



في أساس فريني تعبير متجهة التسارع :

$$\vec{a}_G = \vec{a}_T + \vec{a}_N = a_T \vec{u} + a_N \vec{n}$$

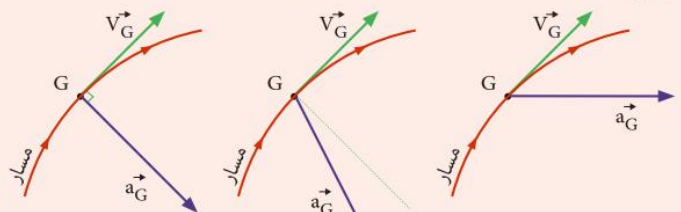
في أساس فريني تعبير متجهة التسارع :

$$a_N = \frac{v^2}{\rho}$$

$$a_T = \frac{dv}{dt}$$

حيث ρ شعاع انحناء المسار في الموضع G. وهو يساوي شعاع الدائرة المماسية للمسار في هذا الموضع.

5 طبيعة الحركة و منى متجهة التسارع.



حركة منتظمة
 $\vec{a}_G \cdot \vec{V}_G = 0$

حركة متباطئة
 $\vec{a}_G \cdot \vec{V}_G < 0$

حركة متسارعة
 $\vec{a}_G \cdot \vec{V}_G > 0$

قوانين نيوتن

III الحركة المستقيمة المتغيرة بانتظام

1 تعريف حركة المستقيمة المتغيرة بانتظام

تكون حركة G مركز قصور جسم صلب متغيرة بانتظام ، إذا كان مسار G مستقيما ومتجهة تسارعه ثابتة وغير منعدمة : $a_G = cte$ بحيث تكون الحركة متسارعة في حالة : $a_G \cdot \vec{v}_G > 0$ و تكون الحركة متباطئة في حالة : $a_G \cdot \vec{v}_G < 0$

2 المعادلات الزمنية للحركة المستقيمة المتغيرة بانتظام

بالنسبة لحركة مستقيمة تتم وفق المستقيم Ox و تكتب متجهة الموضع كما يلي : $\vec{OG} = x \cdot \vec{i}$ إذا كان التسارع $a = cte$ فإن :

$$a = \frac{dv}{dt} \Rightarrow v = \int a \cdot dt \Rightarrow v = a \cdot t + v_0$$

$$v = \frac{dx}{dt} \Rightarrow dx = v \cdot dt = a \cdot t \cdot dt + v_0 \cdot dt$$

$$\Rightarrow x = \int a \cdot t \cdot dt + v_0 \cdot dt = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 + v_0 \cdot t + x_0$$

$$x = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 + v_0 \cdot t + x_0$$

$$v = a \cdot t + v_0$$

حيث : $v(t=0) = v_0$ و $x(t=0) = x_0$

3 العلاقة المستقلة عن الزمن

نعتبر أن جسما S في حركة مستقيمة متغيرة بانتظام ، عند لحظة tA يمر بموضع A افصوله xA بسرعة vA ليصل موضعا B افصوله xB بسرعة vB باقصاء الزمن t بين المعادلتين نحصل على علاقة تسمى العلاقة المستقلة عن الزمن وهي :

$$v_B^2 - v_A^2 = 2 \cdot a \cdot (x_B - x_A)$$

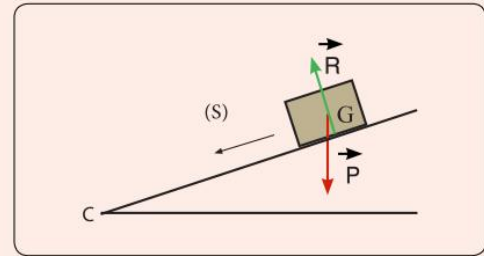
4 مبرهنة الطاقة الحركية :

في معلم غاليلي ، يساوي تغير الطاقة الحركية لجسم صلب غير قابل للتشويه في إزاحة ، بين لحظتين ، المجموع الجبري لأشغال كل القوى الخارجية المطبقة على الجسم بين هاتين اللحظتين

$$\Delta E_C = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_A^2 = \sum W(\vec{F}_{ext})$$

لا يطبق القانون الثاني لنيوتن إلا في المعالم الغاليلية. انطلاقا من القانون الثاني نلاحظ أن الكتلة تقاوم تغير السرعة (كلما كانت m كبيرة كان تعبير تغيير السرعة صغيرا)، وبالتالي فهي تميز قصور الجسم الصلب، أي الصعوبة في تغيير حركته.

مثال : الجسم (S) ليس معزولا ميكانيكيا لأن القوتان \vec{P} و \vec{R} تحققان العلاقة : $\vec{P} + \vec{R} = m \cdot \vec{a}$



كيفية تطبيق القانون الثاني لنيوتن

- اختيار معلم غاليلي (معلم أرضي مناسب)،
- تحديد المجموعة المدروسة،
- جرد القوى الخارجية المطبقة Fext المطبقة على المجموعة المدروسة.
- تطبيق العلاقة الأساسية للديناميك : $\sum \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}_G$
- إسقاط (ع.أ.د) في المعلم المختار .

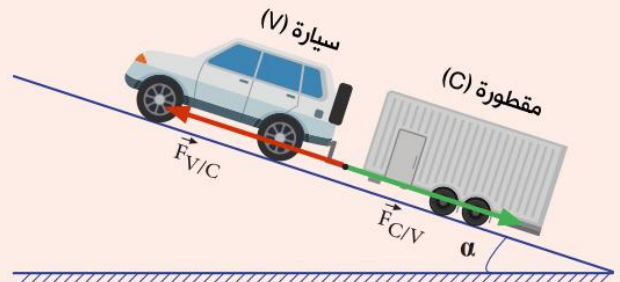
$$\begin{cases} F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + \dots = m \cdot a_x \\ F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + \dots = m \cdot a_y \\ F_{1z} + F_{2z} + F_{3z} + \dots = m \cdot a_z \end{cases}$$

4 القانون الثالث لنيوتن: مبدأ التأثيرات البينية

نعتبر جسمين A و B في تأثير بيني ، لتكن $\vec{F}_{A/B}$ القوة التي يطبقها (A) على (B) و $\vec{F}_{B/A}$ القوة التي يطبقها (B) على (A) . سواء كان الجسمان في حركة أو في سكون فإن القوتين $\vec{F}_{A/B}$ و $\vec{F}_{B/A}$ تحققان المتساوية التالية :

$$\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}$$

مثال : يوجد تأثير بيني متبادل بين السيارة و المقطورة حيث يوجد بينهما قوتان متعاكستان.



تطبيقات : السقوط الرأسى لجسم صلب

14

المحتوى

- السقوط الرأسى لجسم صلب
- السقوط الرأسى باحتكاك
- السقوط الرأسى الحر

المعارف والمهارات المستهدفة

- تعرف قوة الاحتكاك في الموائع.
- معرفة النموذجين التاليين لقوة الاحتكاك :
 $\vec{F} = -k.v$ و $\vec{F} = -k.v^2$ واستغلالهما
- استغلال المنحنى $v_G = f(t)$ لتحديد: السرعة الحدية v_f ، الزمن المميز τ ، النظام البدئى والنظام الدائم
- تطبيق القانون الثانى لنيوتن للتوصل إلى المعادلة التفاضلية لحركة مركز قصور جسم صلب فى سقوط رأسى باحتكاك - معرفة طريق أولير (Euler) وتطبيقها لانجاز حل تقريبي للمعادلة التفاضلية باستعمال المجدول (Tableur).
- تعريف السقوط الحر-تطبيق القانون الثانى لنيوتن لإثبات المعادلة التفاضلية لحركة مركز قصور جسم صلب فى سقوط حر، وإيجاد حلها
- معرفة الحركة المستقيمة المتغيرة بانتظام ومعادلاتها الزمنية
- استغلال مخطط السرعة $v_G = f(t)$
- اختيار المرجع المناسب للدراسة - تطبيق القانون الثانى لنيوتن لإثبات المعادلة التفاضلية لحركة مركز قصور الجسم الصلب وتحديد المقادير التحريكية والحركية المميزة للحركة.

تطبيقات : السقوط الرأسي لجسم صلب

منظمها هو : $f = k.v^n$ حيث : v : هي سرعة مركز قصور الجسم V_G .

k : معامل يتعلق بنوعية المائع وبشكل الجسم.
 n : معامل يتعلق بالسرعة بحيث تكون قيمة السرعة صغيرة (أقل من 1 cm/s) ، نأخذ $n=1$ ، في هذه الحالة تتعلق k بلزوجة المائع.
 عندما تكون قيمة السرعة v متوسطة (أكبر من 1 cm/s وأقل من 10 m/s) ، نأخذ $n=2$ في هذه الحالة ، لا تتعلق k بلزوجة المائع ، بل تتعلق بكتلته الحجمية.

II السقوط الرأسي باحتكاك

1 المعادلة التفاضلية للحركة

نعتبر كرية فولادية كتلتها m في سقوط رأسي في مائع بدون سرعة بدئية :
 في معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ (أنظر الشكل 1) .

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الكرية لدينا : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \cdot \vec{a}_G$
 يعني : $\vec{P} + \vec{F}_A + \vec{f} = m \cdot \vec{a}_G$

بالإسقاط على \vec{k} نحصل على : $m \cdot g - m_F \cdot g - k.v^n = m \cdot a$

$$(m - m_F) \cdot g - k.v^n = m \cdot a$$

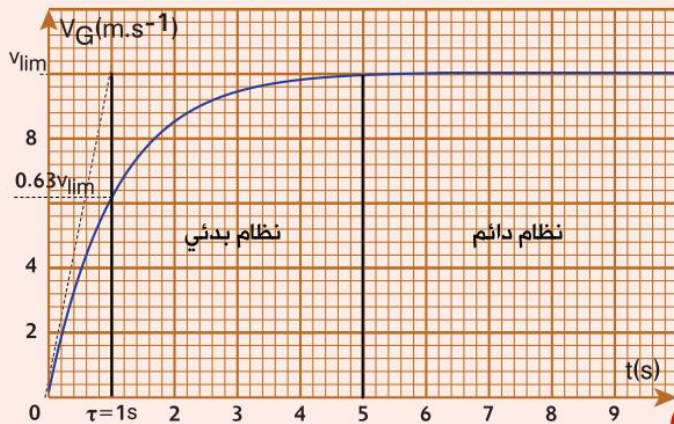
$$a = \frac{(m - m_F)}{m} \cdot g - \frac{k}{m} \cdot v^n$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{(m - m_F)}{m} \cdot g - \frac{k}{m} \cdot v^n$$

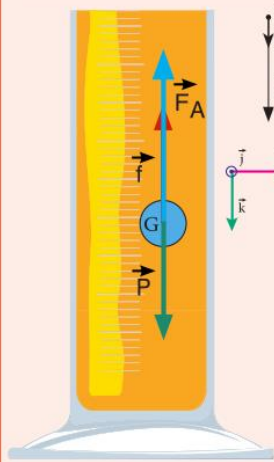
وبوضع : $A = \frac{(m - m_F)}{m}$ و $B = \frac{k}{m}$ نحصل على المعادلة التفاضلية

$$\frac{dv}{dt} = A - B.v^n$$

2 المقادير المميزة للحركة

نمثل تغيرات v سرعة G مركز قصور الكرية بدلالة الزمن :

I القوى المطبقة على جسم في حركة داخل مائع



الشكل 1

الجسم المغمور في مائع (سائل أو غاز)
 يخضع لثلاث قوى :

- قوة الثقالة أو وزن الجسم \vec{P} .- دافعة أرخميدس \vec{F}_A .- قوة الاحتكاك المائع \vec{f} .

1 وزن جسم و مجال الثقالة

جميع الأجسام الموجودة على سطح الأرض أو في المكان المحيط بها تخضع لقوة الجاذبية المطبقة من طرف الأرض تسمى بوزن الجسم التي يرمز لها بـ \vec{P} . وهي ناتجة عن المجال المحدث من طرف الأرض يسمى بمجال الثقالة ونرمز له \vec{g} حيث :

$$\vec{P} = m \cdot \vec{g} = \rho \cdot V \cdot \vec{g}$$

مميزات وزن جسم \vec{P} و مجال الثقالة \vec{g} :مميزات مجال الثقالة \vec{g}

- المنحى : نحو الأرض
- الاتجاه : الرأسي المار من G
- الشدة : $g = P / m$ وحدتها هي N.kg^{-1} - تتعلق شدة مجال الثقالة بالارتفاع وبخط العرض.

مميزات وزن الجسم \vec{P}

- المنحى : نحو الأرض
- الاتجاه : الرأسي المار من G
- الشدة : $P = m \times g$
 $P = \rho \times V \times g$
- الكثافة الحجمية للجسم و ρ
 حجم الجسم V

2 دافعة أرخميدس

يخضع كل جسم مغمور كلياً أو جزئياً في مائع لقوة تماس ضاغطة مطبقة على سطح الجسم ، تسمى بدافعة أرخميدس \vec{F}_A ، أجهتها رأسي ومنحاهما نحو الأعلى ، شدتها تساوي وزن المائع المزاح : $F_A = m_F \times g = \rho_F \times V_F \times g$
 \vec{F}_A لها منحى معاكس لـ \vec{g} وبالتالي نكتب :

$$\vec{F}_A = -\rho_F \cdot V_F \cdot \vec{g}$$

$\text{N} \quad \text{kg.m}^{-3} \quad \text{m}^3 \quad \text{m.s}^{-2}$

ρ_F : الكثافة الحجمية للمائع المزاح : V_F : حجم المائع المزاح أو حجم الجسم المغمور.

3 قوة الاحتكاك المائع .

تكافئ قوى الاحتكاك التي يطبقها المائع على الجسم المغمور داخله قوة وحيدة \vec{f} تسمى **قوة الاحتكاك المائع** تطبق في مركز القصور G للجسم ومنحاهما معاكس لمتجهة السرعة : $\vec{f} = -k.v^n \cdot \vec{k}$ (أنظر الشكل)

تطبيقات : السقوط الراسي لجسم صلب

III السقوط الراسي الحر

1 تعريف

السقوط الحر لجسم صلب هو حركة مركز القصور هذا الجسم في مرجع أرضي عندما يخضع الجسم لقوة الثقالة أو لوزنه \vec{P} فقط .

نظريا يكون السقوط حرا إذا تم في الفراغ، ويمكن اعتبار سقوط جسم في الهواء حرا إذا كانت كثافته عالية وشكله انسيابي، ومنطقة سقوطه محدودة في مجال الثقالة.

1 المعادلات الزمنية للحركة .

- المجموعة المدروسة : الكرة
- نختار المعلم (O, \vec{k}) لدراسة حركة السقوط الحر للكرة .
- جرد القوى : تخضع الكرة لوزنها $\vec{P} = m \cdot \vec{g}$ فقط .
- حسب القانون الثاني لنيوتن .

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}_G \Leftrightarrow \vec{P} = m \cdot \vec{a}_G \quad \text{لدينا}$$

$$\vec{g} = \vec{a}_G \quad \text{يعني : } m \cdot \vec{g} = m \cdot \vec{a}_G$$

وبالاسقاط على المحور (Oz) نحصل على $a_G = g$ وبالتالي المعادلة التفاضلية للسقوط الحر هي :

$$a_G = \frac{dv}{dt} = g = \text{cte}$$

ثم اعتمادا على التكامل للحصول على السرعة و المعادلة الزمنية :

$$dv = g \cdot dt \Leftrightarrow v = \int g \cdot dt = g \cdot t + v_0$$

$$v = g \cdot t + v_0$$

$$\frac{dz}{dt} = g \cdot t + v_0$$

$$dz = g \cdot t \cdot dt + v_0 \cdot dt \Leftrightarrow z = \int g \cdot t \cdot dt + v_0 \cdot dt$$

$$z = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + v_0 \cdot t + z_0$$

وبالتالي المعادلات الزمنية للسقوط الحر للكرة هي :

$$z = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + v_0 \cdot t + z_0$$

$$v = g \cdot t + v_0$$

v_0 السرعة البدئية لمركز القصور G (عند $t = 0$) و z_0 أنسوب G عند اللحظة $t = 0$.

أثناء السقوط الحر تبقى طبيعة الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام.

النظام الانتقالي و الدائم.

يبرز مخطط السرعة $v_G = f(t)$ نظامين :

- نظام بدئي يسمى النظام الانتقالي حيث ترتفع سرعة الكرة ، مع تناقص في التسارع ، حيث تكون حركة الكرة مستقيمة متغيرة .
- نظام نهائي يسمى النظام الدائم حيث سرعة الكرة تؤول إلى قيمة ثابتة تسمى السرعة الحدية v_{lim} أو v_l حيث تكون حركة الكرة مستقيمة منتظمة.

تحديد a_0 و v_l و τ

- تحديد a_0 : عند $t=0$ لدينا $v=v_0=0$ ولدينا : $a = \frac{dv}{dt} = A - B \cdot v^n$ ومنه $a_0 = A - 0 = g \cdot (1 - \frac{mF}{m})$

- تحديد السرعة الحدية v_{lim} أو v_l

عند v_{lim} تبقى السرعة ثابتة يعني مشتقة السرعة بالنسبة للزمن منعدمة،

ومنه : $\frac{dv}{dt} = 0 = A - B \cdot v^n$ يعني :

$$v_l = \left(\frac{A}{B} \right)^{1/n} = \left(\frac{g}{k} (m - m_F) \right)^{1/n}$$

- يحدد الزمن المميز للحركة τ اعتمادا على المنحنى، حيث يمثل مبيانيا نقطة افصول نقطة تقاطع مماس منحنى مخطط السرعة عند اللحظة $t=0$ مع المقارب الأفقي ($v=v_{lim}$) (أنظر الشكل السابق) .

أو مبيانيا اعتماد على المنحنى ($t=0$) حيث لدينا : $a_0 = \frac{dv}{dt} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_l}{\tau}$ ومنه : $\tau = \frac{v_l}{a_0}$

$$\tau = \frac{v_l}{a_0}$$

$$a_0 = g \cdot (1 - \frac{mF}{m})$$

$$v_l = \left(\frac{A}{B} \right)^{1/n} = \left(\frac{g}{k} (m - m_F) \right)^{1/n}$$

3 حل المعادلة التفاضلية للحركة باستعمال طريقة أولير Euler

طريقة أولير طريقة رقمية تكرارية تمكن من حل المعادلة التفاضلية بحساب السرعة v_G عبر مراحل وذلك بتقسيم الزمن إلى مدد متقايسة Δt تسمى خطوة الحساب ($\Delta t = \tau/10$) . ويستوجب استعمال هذه الطريقة معرفة قيمة السرعة البدئية v_0 لمركز قصور الجسم في اللحظة $t=0$. هذه الطريقة تعتمد على العلاقات التالية :

$$a_i = A - B \cdot v_i^n \quad 1$$

$$\frac{dv}{dt} \Big|_i = \frac{v_{i+1} - v_i}{\Delta t} = A - B \cdot v_i^n$$

$$t_{i+1} = t_i + \Delta t \quad 2$$

$$v_{i+1} = v_i + a_i \cdot \Delta t \quad 3$$

بمعرفة قيمة A و B و v_0 و اعتمادا على 1 نحصل على قيمة a_0 واعتمادا على قيمة a_0 والعلاقة 3 نحسب قيمة v_1 عند اللحظة t_1 المحصل عليها بالعلاقة 2 $t_1 = t_0 + \Delta t$ ثم نحسب قيمة a_1 ثم v_2 عند اللحظة t_2 ... الخ وبالتالي يمكن انشاء منحنى $v_G = f(t)$.

تطبيقات : الحركات المستوية

15

المحتوى

- حركة جسم صلب على مستوى أفقي وعلى مستوى مائل .
- حركة قذيفة في مجال الثقالة المنتظم .
- حركة دقيقة مشحونة في مجال كهرساكن منتظم.
- حركة دقيقة مشحونة في مجال مغنطيسي منتظم.

المعارف والمهارات المستهدفة

- استثمار وثيقة تمثل مسار حركة مركز قصور قذيفة في مجال الثقالة المنتظم : لتحديد نوع الحركة (مستوية) ، لتمثيل متجهتي السرعة والتسارع، لتعيين الشروط البدئية
- تطبيق القانون الثاني لنيوتن : لإثبات المعادلة التفاضلية للحركة، لاستنتاج المعادلات الزمنية للحركة و استغلالها ، لإيجاد معادلة المسار، وقمة المسار والمدى.
- معرفة العلاقتين $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$ و $E = \frac{U}{d}$ وتطبيقهما .
- تطبيق القانون الثاني لنيوتن على دقيقة مشحونة : لإثبات المعادلات التفاضلية للحركة، لإثبات المعادلات الزمنية للحركة واستغلالها في حساب الانحراف الكهرساكن.
- معرفة مميزات قوة لورنتز (Lorentz) وقاعدة تحديد منحائها.
- تطبيق القانون الثاني لنيوتن على دقيقة مشحونة في مجال مغنطيسي منتظم في حالة B عمودية على v_0 لإثبات المعادلة التفاضلية للحركة وطبيعتها
- وطبيعة مسارها ، لحساب الانحراف المغنطيسي .



تطبيقات : الحركات المستوية

عند أصل التواريخ ($t=0$) لدينا :

$$\vec{v}_G \begin{cases} v_x = \frac{-f}{m}t + V_0 \\ v_y = 0 \\ v_z = 0 \end{cases} \quad \vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = V_0 = C_1 \\ v_{0y} = 0 = C_2 \\ v_{0z} = 0 = C_3 \end{cases} \quad \text{ومنه فإن :}$$

ومنه :

$$v_G = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = |v_x| = \left| -\frac{f}{m}t + V_0 \right|$$

3 متجه الوضع \vec{OG}

اعتمادا على التكامل والشروط البدئية (عند $t=0$ لدينا $x=x_0$) نجد :

$$\begin{cases} x = \frac{-f}{2m}t^2 + V_0t + x_0 \\ y = C_2 = 0 \\ z = C_3 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{-f}{m}t + V_0 \\ v_y = \frac{dy}{dt} = 0 \\ v_z = \frac{dz}{dt} = 0 \end{cases}$$

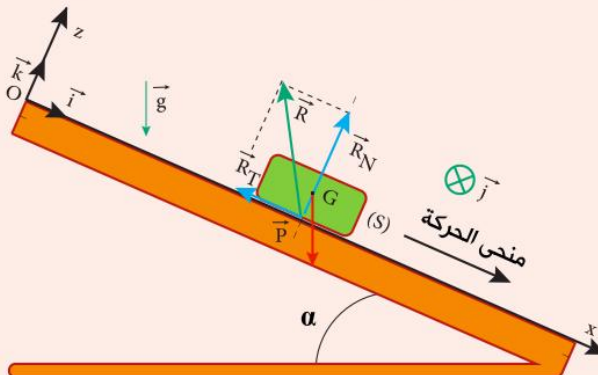
ومنه إحداثيات متجهة الوضع هي : $x = \frac{-f}{2m}t^2 + V_0t + x_0$: $\vec{OG} \begin{cases} y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$

ملحوظة : إذا كانت الاحتكاكات مهملة فإن ($f=0$) ومنه :

$$\vec{OG} \begin{cases} x = V_0t + x_0 \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases} \quad \vec{v}_G \begin{cases} v_x = V_0 \\ v_y = 0 \\ v_z = 0 \end{cases} \quad \vec{a}_G \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = 0 \\ a_z = 0 \end{cases}$$

II حركة جسم صلب على مستوى مائل

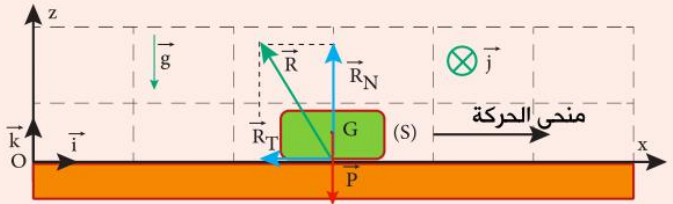
في لحظة نعتبرها أصلا للتواريخ، نحرر جسما صلبا (S) كتلته m فوق مستوى مائل بزاوية α بدون سرعة بدئية. نعتبر قوة الاحتكاك ثابتة $\vec{f} = cte = \vec{R}_T$



I حركة جسم صلب على مستوى أفقي

I

نرسل جسما صلبا (S) كتلته m في لحظة ($t=0$) فوق مستوى أفقي بسرعة بدئية \vec{v}_0 أفقية. نعتبر قوة الاحتكاك ثابتة حيث : $\vec{f} = cte = \vec{R}_T$ ندرس الحركة في مجال الثقالة \vec{g} الذي نعتبره منتظما، تتم هذه الدراسة في مرجع أرضي نعتبره غاليليا.

1 متجه التسارع \vec{a}_G

حسب القانون الثاني لنيوتن، لدينا : $\sum \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}_G$ يعني : $\vec{R} + \vec{P} = m \cdot \vec{a}_G$ في المعلم $R(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لدينا :

$$\vec{R} \begin{cases} R_x = -f \\ R_y = 0 \\ R_z = R_N \end{cases} \quad \vec{P} \begin{cases} P_x = 0 \\ P_y = 0 \\ P_z = -mg \end{cases} \quad \vec{a}_G \begin{cases} a_x \neq 0 \\ a_y = 0 \\ a_z = 0 \end{cases}$$

($a_y = a_z = 0$) لأن حركة (S) مستقيمة وفق (Ox)

باسقاط العلاقة $\vec{R} + \vec{P} = m \cdot \vec{a}_G$ على محاور المعلم $R(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نجد :

$$\begin{cases} a_x = \frac{-f}{m} \\ a_y = 0 \\ a_z = 0 \end{cases} \quad \text{يعني :} \quad \begin{cases} -f = m \cdot a_x \\ 0 = m \cdot a_y \\ R_N - m \cdot g = m \cdot a_z = 0 \end{cases}$$

ومنه :

$$a_G = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = |a_x| = \frac{f}{m}$$

التسارع ثابت $a = cte$ وبالتالي حركة مستقيمة متغيرة بانتظام.

2 متجه السرعة \vec{v}_G

لدينا : $\vec{v}_G \begin{cases} v_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{-f}{m} \\ v_y = \frac{dv_y}{dt} = 0 \\ v_z = \frac{dv_z}{dt} = 0 \end{cases}$ نعلم : $\vec{v}_G \begin{cases} v_x = \frac{-f}{m}t + C_1 \\ v_y = C_2 \\ v_z = C_3 \end{cases}$ يمكن تحديد الثوابت C_1 و C_2 و C_3 اعتمادا على الشروط البدئية، الخاصة بمتجهة السرعة البدئية

تطبيقات : الحركات المستوية

$$\overrightarrow{OG} \begin{cases} x = \frac{1}{2} (g \cdot \sin(\alpha) - \frac{f}{m}) t^2 \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$$

والمعادلة الزمنية للحركة هي :

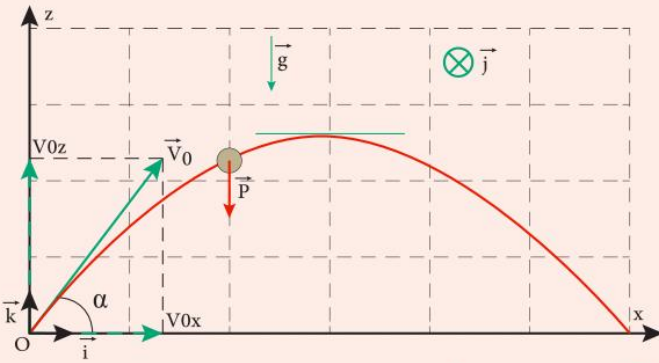
$$x(t) = \frac{1}{2} (g \cdot \sin(\alpha) - \frac{f}{m}) t^2$$

ملحوظة : إذا كانت الاحتكاكات مهملة فإن قيمة f في المعادلات السابقة تعوض بالقيمة 0 :

III حركة قذيفة في مجال الثقالة المنتظم

III

1 تعريف

نسمي قذيفة كل جسم يرسل قريبا من الأرض بسرعة بدئية \vec{V}_0 ، حيث نعتبر القذيفة في سقوط حر خاضعة لوزنها P فقط (نهمل جميع الاحتكاكات).2 متجهة التسارع \vec{a}_G

نرسل من نقطة O قذيفة كروية الشكل كتلتها m بسرعة بدئية \vec{V}_0 . وندرس حركتها في مجال الثقالة \vec{g} الذي نعتبره منتظما، تتم هذه الدراسة في مرجع أرضي نعتبره غاليليا حيث نعلم مواضع G في كل لحظة بإحداثياتها في معلم متعامد ممنظم $R(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ مرتبط بالمرجع الأرضي. وتكون \vec{V}_0 زاوية α مع الخط الأفقي (Ox) تسمى زاوية القذف. كما نختار لحظة إطلاق القذيفة أصلا للتواريخ (t=0).

حسب القانون الثاني لنيوتن، لدينا : $\sum \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}_G$ يعني : $\vec{P} = m \cdot \vec{a}_G \Leftrightarrow m \cdot \vec{g} = m \cdot \vec{a}_G$

ومنه :

$$\vec{a}_G \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = 0 \\ a_z = -g \end{cases} \quad \vec{a}_G = \vec{g}$$

بالاسقاط على محاور $R(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نحصل على :

ومنه منظم متجهة التسارع هو :

$$a_G = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = |a_z| = g$$

1 متجهة التسارع \vec{a}_G حسب القانون الثاني لنيوتن، لدينا : $\sum \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}_G$ يعني : $\vec{R} + \vec{P} = m \cdot \vec{a}_G$ في المعلم $R(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لدينا :

$$\vec{R} \begin{cases} R_x = -f \\ R_y = 0 \\ R_z = R_N \end{cases} \quad \vec{P} \begin{cases} P_x = m \cdot g \cdot \sin(\alpha) \\ P_y = 0 \\ P_z = -m \cdot g \cdot \cos(\alpha) \end{cases} \quad \vec{a}_G \begin{cases} a_x \neq 0 \\ a_y = 0 \\ a_z = 0 \end{cases}$$

 $a_x = a_y = 0$ لأن حركة (S) مستقيمة وفق (Ox)باسقاط العلاقة $\vec{R} + \vec{P} = m \cdot \vec{a}_G$ على محاور المعلم $R(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نجد :

$$\begin{cases} a_x = g \cdot \sin(\alpha) - \frac{f}{m} \\ a_y = 0 \\ a_z = 0 \end{cases} \quad \text{يعني :} \begin{cases} -f + m \cdot g \cdot \sin(\alpha) = m \cdot a_x \\ 0 = m \cdot a_y \\ R_N - m \cdot g \cdot \cos(\alpha) = m \cdot a_z = 0 \end{cases}$$

$$a_G = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = |g \cdot \sin(\alpha) - \frac{f}{m}|$$

التسارع ثابت $a = cte$ وبالتالي حركة مستقيمة متغيرة بانتظام.2 متجهة السرعة \vec{v}_G

اعتمادا على التكامل و السرعة

البديئة المنعدمة ($V_0=0$) نجد :

$$\begin{cases} v_x = (g \cdot \sin(\alpha) - \frac{f}{m}) t \\ v_y = 0 \\ v_z = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a_x = \frac{dv_x}{dt} = g \cdot \sin(\alpha) - \frac{f}{m} \\ a_y = \frac{dv_y}{dt} = 0 \\ a_z = \frac{dv_z}{dt} = 0 \end{cases} \quad \text{لدينا :}$$

ومنه منظم متجهة السرعة هو :

$$v_G = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = |v_x| = (g \cdot \sin(\alpha) - \frac{f}{m}) t$$

3 متجهة الوضع \vec{OG}

اعتمادا على التكامل والشروط البديئة (عند t=0 لدينا x=0) نجد :

$$\begin{cases} v_x = \frac{dx}{dt} = (g \cdot \sin(\alpha) - \frac{f}{m}) t \\ v_y = \frac{dy}{dt} = 0 \\ v_z = \frac{dz}{dt} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{1}{2} (g \cdot \sin(\alpha) - \frac{f}{m}) t^2 \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases} \quad \text{لدينا :}$$

ومنه إحداثيات متجهة الوضع هي :



تطبيقات : الحركات المستوية

5 بعض مميزات المسار

معادلة المسار $z = f(x)$ لدينا إحداثيات متجهة الوضع \overrightarrow{OG} هي :

$$(1) \begin{cases} x = V_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot t \\ y = 0 \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} z = -\frac{1}{2} g \cdot t^2 + V_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t \end{cases}$$

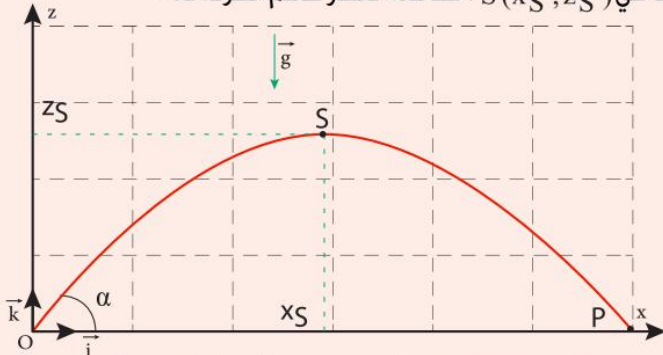
إعتمادا على المعادلة (1) نجد : $t = \frac{x}{V_0 \cdot \cos(\alpha)}$ ثم نعوض t في المعادلة

(3) فنجد معادلة المسار :

$$z = \frac{-g}{2V_0^2 \cdot \cos(\alpha)^2} x^2 + \tan(\alpha) \cdot x \quad (4)$$

Z دالة من الدرجة الثانية أي أن تمثيلها عبارة عن شلجم يوجد في مستوى القذف و منه فإن الحركة شلجمية.

- قمة المسار S.

نسمي قمة المسار S الارتفاع القصوي الذي تصل إليه القذيفة، حيث إحداثيات S هي (x_S, z_S) ، عند قمة المسار تنعدم السرعة Vz.وحسب تعبير متجهة السرعة : $-g \cdot t + V_0 \cdot \sin(\alpha) = 0 \Leftrightarrow v_z = 0$ ومنه : $t_S = \frac{V_0 \cdot \sin(\alpha)}{g}$ ثم نعوض t_S في المعادلتين (1) و (3) فنجد :

$$z_S = \frac{V_0^2 \cdot \sin(\alpha)^2}{2g}$$

$$x_S = \frac{V_0^2 \cdot \sin(2\alpha)}{2g}$$

- المدى OP.

المدى OP هو المسافة بين نقطة إنطلاق القذيفة O ونقطة سقوطها P على المستوى الأفقي الذي يشمل O أصل المعلم . (أنظر الشكل السابق) عند سقوط القذيفة تكون $z_P = 0$ ومنه حسب معادلة المسار (4) لدينا :

$$\left(\frac{-g}{2V_0^2 \cdot \cos(\alpha)^2} x_P^2 + \tan(\alpha) \cdot x_P \right) = 0$$

$$x_P = \frac{V_0^2 \cdot \sin(2\alpha)}{g}$$

ومنه :

نحصل على أقصى قيمة للمدى إذا كانت الزاوية $\alpha = 45^\circ$ أي $\sin(2\alpha) = 1$

$$x_P = V_0^2 / g$$

3 متجهة السرعة \vec{v}_G

اعتمادا على التكامل الخاص بإحداثيات متجهة التسارع :

$$\begin{cases} a_x = \frac{dv_x}{dt} = \dot{v}_x = 0 \\ a_y = \frac{dv_y}{dt} = \dot{v}_y = 0 \\ a_z = \frac{dv_z}{dt} = \dot{v}_z = -g \end{cases} \leftarrow \begin{cases} v_x = C_1 \\ v_y = C_2 \\ v_z = -g \cdot t + C_3 \end{cases}$$

يمكن تحديد الثوابت C1 و C2 و C3 اعتمادا على الشروط البدئية، حيث عند أصل التواريخ ($t=0$) ، لدينا :

$$\overrightarrow{v}_G \begin{cases} v_x = V_0 \cdot \cos(\alpha) \\ v_y = 0 \\ v_z = -gt + V_0 \cdot \sin(\alpha) \end{cases} \quad \overrightarrow{v}_0 \begin{cases} V_{0x} = V_0 \cdot \cos(\alpha) \\ V_{0y} = 0 \\ V_{0z} = V_0 \cdot \sin(\alpha) \end{cases} \quad \text{ومنه فإن :}$$

ومنه منظم متجهة السرعة هو :

$$v_G = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

$$v_G = \left(g^2 t^2 - 2 \cdot g \cdot V_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t + V_0^2 \right)^{1/2}$$

4 متجهة الوضع

لدينا :

اعتمادا على التكامل والشروط البدئية عند $t=0$ لدينا $x=0$ نجد إحداثيات متجهة الوضع \overrightarrow{OG} :

$$\begin{cases} v_x = \frac{dx}{dt} = V_0 \cdot \cos(\alpha) \\ v_y = \frac{dy}{dt} = 0 \\ v_z = \frac{dz}{dt} = -gt + V_0 \cdot \sin(\alpha) \end{cases} \begin{cases} x = V_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot t \\ y = 0 \\ z = -\frac{1}{2} g \cdot t^2 + V_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t \end{cases}$$

وبالتالي المعادلات الزمنية الخاصة بمتجهة الوضع هي :

$$\begin{cases} x(t) = V_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot t \\ y(t) = 0 \\ z(t) = -\frac{1}{2} g \cdot t^2 + V_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t \end{cases}$$

- بما أن $y(t)=0$ فإن الحركة تتم في المستوى (xOy) أي في المستوى الرأسي الذي يشمل متجهة السرعة البدئية، وبالتالي فإن حركة القذيفة حركة مستوية.- على المحور الأفقي (Ox) حركة G مستقيمة منتظمة، حيث $x(t)$ خطية والسرعة $V_x(t)$ ثابتة.- على المحور الرأسي (Oz) حركة G مستقيمة متغيرة بانتظام، حيث $y(t)$ دالة من الدرجة الثانية والتسارع a_z ثابت.

تطبيقات : الحركات المستوية

$$\vec{a} = \frac{q \cdot \vec{E}}{m}$$

ومنه فإن :

باسقاط العلاقة المحصل عليها على محاور المعلم $R(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نجد :

$$\begin{cases} a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{-q \cdot E}{m} \\ a_y = \frac{dv_y}{dt} = 0 \\ a_z = \frac{dv_z}{dt} = 0 \end{cases} \quad \text{يعني} \quad \begin{cases} a_x = \frac{-q \cdot E}{m} \\ a_y = 0 \\ a_z = 0 \end{cases}$$

واعتمادا على التكامل و احداثيات متجهة السرعة البدئية نجد :

و منه منظم متجهة السرعة هو :

$$v_G = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = |v_x| \quad \begin{cases} v_x = \frac{-q \cdot E}{m} \cdot t + V_0 \\ v_y = 0 \\ v_z = 0 \end{cases}$$

$$v_G = \left| \frac{-q \cdot E}{m} \cdot t + V_0 \right|$$

$$\begin{cases} x(t) = \frac{-q \cdot E}{2 \cdot m} \cdot t^2 + V_0 \cdot t \\ y(t) = 0 \\ z(t) = 0 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{اعتمادا على احداثيات متجهة السرعة و} \\ \text{التكامل والشروط البدئية عند (t=0) حيث} \\ \text{الحالة خاصة : مدفع الالكترونات } q = -e \text{ وسرعة مهمة } V_0 = 0 \text{ ومنه :} \end{array}$$

$$x(t) = \frac{e \cdot E}{2 \cdot m} \cdot t^2 \quad v(t) = \frac{e \cdot E}{m} \cdot t \quad a = \frac{-e \cdot E}{m}$$

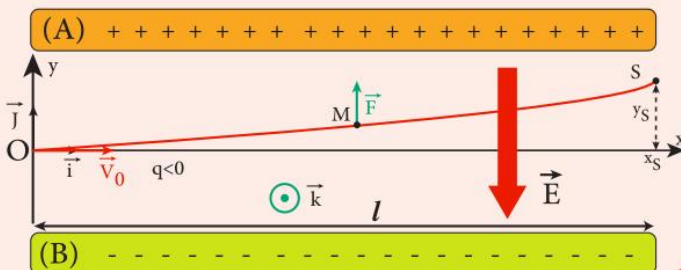
بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية بين النقطتين O و T :

$$\Delta E_C = \sum W(\vec{F}_{ext}) \quad \text{يعني} :$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_T^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_O^2 = \vec{F} \cdot \vec{OT} = -q \cdot E \cdot d = e \cdot U$$

$$\text{ومنه : } \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_T^2 = e \cdot U \quad \text{إذن السرعة عند النقطة T هي :}$$

$$v_T = \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot U}{m}}$$

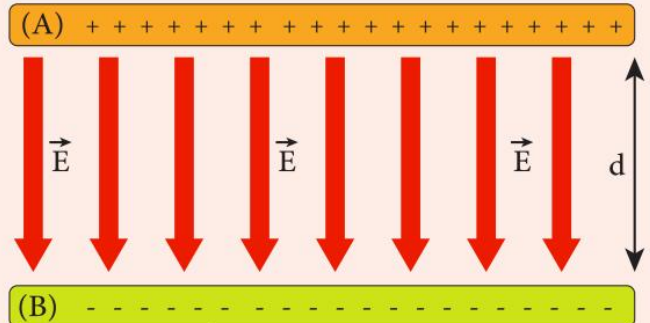
- الحالة 2 : $\vec{V}_0 \perp \vec{E}$ 

IV حركة دقيقة مشحونة في مجال كهرساكن منتظم.

IV

نسعي دقيقة كل جسم ذي أبعاد جد صغيرة، مثل الإلكترونات، البروتونات ...

1 المجال الكهرساكن المنتظم.



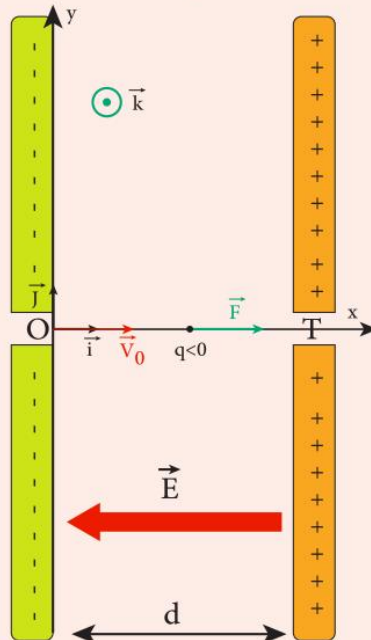
- يكون المجال الكهرساكن منتظم إذا كان لمتجهة \vec{E} في كل نقطة من نقطته، نفس الاتجاه ونفس المنحى ونفس المنظم.

عند تطبيق توتر مستمر U على صفيحتين لهما أبعاد أكبر بكثير من المسافة d التي تفصلهما تكون متجهة المجال الكهرساكن \vec{E} ثابتة و عمودية على الصفيحتين و موجهة من الصفيحة ذات الجهد الكهربائي الأكبر (+) نحو الصفيحة ذات الجهد الأصغر (-) و منظمها هو :

$$\vec{E} = \frac{U}{d} = \frac{V_A - V_B}{d}$$

$$\vec{E} = \frac{V}{d}$$

$$V \cdot m^{-1} \quad m$$

2 حركة دقيقة مشحونة في مجال كهرساكن منتظم \vec{E} 

- تدخل دقيقة مشحونة ($q < 0$) كتلتها m مجال كهرساكن منتظم في النقطة O في اللحظة t = 0 بسرعة بدئية V_0 .

- تخضع الدقيقة المشحونة q عند دخولها المجال الكهرساكن الى قوتين هما :

- القوة الكهرساكنة \vec{F} التي تساوي : $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$

- وزن الدقيقة المشحونة \vec{P} الذي نهمله أمام القوة \vec{F} .

- الحالة 1 : $\vec{V}_0 \parallel \vec{E}$

- حسب القانون الثاني لنيوتن ،

$$\sum \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}_G$$

لدينا : $q \cdot \vec{E} = m \cdot \vec{a}$

يعني :

تطبيقات : الحركات المستوية

- إحداثيات متجهة السرعة عند النقطة S : $\vec{V}_S(V_{sx}, V_{sy})$

$$\begin{cases} V_{sx} = V_0 \\ V_{sy} = \frac{-q \cdot E}{m \cdot V_0} \cdot l \end{cases} \quad \text{حيث } t = l / V_0 \quad \text{ومن هنا فإن :} \quad \begin{cases} v_x = V_0 \\ v_y = \frac{-q \cdot E}{m} \cdot t \\ v_z = 0 \end{cases}$$

يعني السرعة عند النقطة S هي :

$$V_S = \sqrt{V_{sx}^2 + V_{sy}^2} = \sqrt{V_0^2 + \left(\frac{q \cdot E}{m \cdot V_0} \cdot l \right)^2}$$

بما أن $V = cte$ فإن حركة الشحنة الكهربائية مستقيمة منتظمة لأنها لاتخضع لأية قوة (مع إهمال وزنها)، وتبقى حركة الشحنة الكهربائية مستقيمة منتظمة حتى تصطم بالشاشة عند النقطة A. (أنظر الشكل أسفله)

- زاوية الانحراف α

حسب الشكل :

$$\tan(\alpha) = \frac{V_{sy}}{V_{sx}} = \frac{-q \cdot E}{m \cdot V_0^2} \cdot l$$

- الانحراف الكهربائي De

الانحراف الكهربائي De هو المسافة A^*A

$$HA' = y_S = \frac{-q \cdot E}{2 \cdot m \cdot V_0^2} \cdot l^2 \quad \text{حيث : } De = AA' = AH + HA' \quad \text{مع } De = \frac{AH}{L-1}$$

$$\text{ولدينا : } \tan(\alpha) = \frac{AH}{L-1} \quad \text{يعني : } AH = \tan(\alpha)(L-1)$$

$$AH = \frac{-q \cdot E}{m \cdot V_0^2} \cdot l \cdot (L-1) \quad \text{يعني :}$$

$$De = \frac{-q \cdot E}{m \cdot V_0^2} \cdot l \cdot (L-1) + \frac{-q \cdot E}{2 \cdot m \cdot V_0^2} \cdot l^2 \quad \text{يعني :}$$

$$De = -\left(L - \frac{1}{2}\right) \frac{q \cdot l \cdot E}{m \cdot V_0^2}$$

ومنه :

نعوض $E = \frac{U}{d}$ في التعبير الأخير :

$$De = -\left(L - \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{q \cdot l}{m \cdot d \cdot V_0^2} \cdot U = kU \quad \leftarrow k$$

S_v

يتناسب الانحراف الكهربائي De مع التوتر U ، وتستغل هذه الخاصية في راسم التذبذب . حيث $\frac{1}{k}$ تمثل الحساسية الرأسية S_v

- حسب القانون الثاني لنيوتن ، لدينا : $\sum \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}_G$ يعني : $\vec{F} = q \cdot \vec{E} = m \cdot \vec{a}$ ومنه : $\vec{a} = \frac{q \cdot \vec{E}}{m}$ باسقاط العلاقة المحصل عليها على $R(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نجد :

$$\begin{cases} a_x = \frac{dv_x}{dt} = 0 \\ a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{-q \cdot E}{m} \\ a_z = \frac{dv_z}{dt} = 0 \end{cases} \quad \text{يعني :} \quad \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = \frac{-q \cdot E}{m} \\ a_z = 0 \end{cases}$$

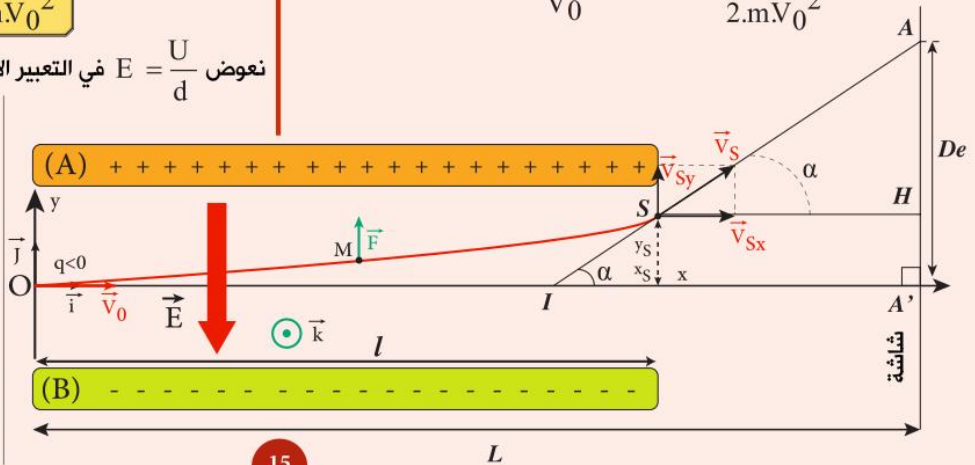
$$\begin{cases} v_x = V_0 \\ v_y = \frac{-q \cdot E}{m} \cdot t \\ v_z = 0 \end{cases} \quad \text{و اعتمادا على التكامل و متجهة السرعة البدئية نحصل على :}$$

$$\begin{cases} v_x = \frac{dx}{dt} = V_0 \\ v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{-q \cdot E}{m} \cdot t \\ v_z = \frac{dz}{dt} = 0 \end{cases} \quad \text{يعني :}$$

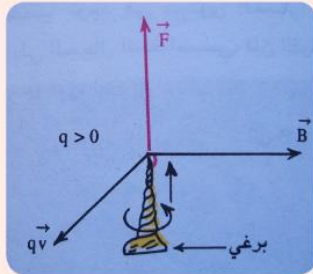
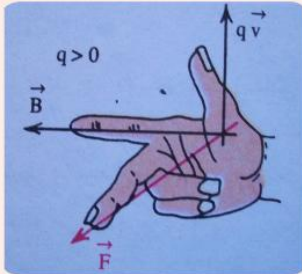
$$\begin{cases} x(t) = V_0 \cdot t & (1) \\ y(t) = \frac{-q \cdot E}{2 \cdot m} \cdot t^2 & (2) \\ z(t) = 0 & (3) \end{cases} \quad \text{اعتمادا على المعادلة (1) لدينا } t = x/V_0 \text{ و بتعويض الزمن في (2) نجد :}$$

- عند خروج الشحنة الكهربائية عند النقط S من المجال الكهربائي \vec{E} - إحداثيات النقطة S : $S(x_S, y_S)$

$$x_S = l \Rightarrow t = \frac{l}{V_0} \Rightarrow y_S = \frac{-q \cdot E}{2 \cdot m \cdot V_0^2} \cdot l^2$$



تطبيقات : الحركات المستوية

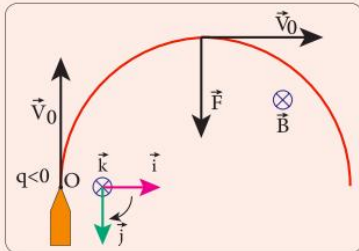


3 الطاقة الحركية لدقيقة مشحونة في مجال مغناطيسي منتظم

لدينا تعبير قدرة قوة لورنتز: $P = \vec{F} \cdot \vec{v}$ وحيث: $\vec{F} \perp \vec{v}$ فإن $P=0$ إذن لقوة لورنتز قدرة معدومة.

ونعلم أن الطاقة الحركية ترتبط بالقدرة بالعلاقة التالية: $P = \frac{dEc}{dt}$ ومنه: $Ec = cte \Leftrightarrow \frac{dEc}{dt} = P = 0$ وبالتالي انحفاظ الطاقة لحركية. ومنه فإن: $Ec = \frac{1}{2} m \cdot V^2 = cte \Leftrightarrow V = cte$ و بالتالي فحركة الدقيقة منتظمة.

4 دراسة حركة دقيقة مشحونة في مجال مغناطيسي منتظم



نعتبر دقيقة ذات شحنة $q < 0$ في حركة داخل مجال مغناطيسي منتظم ثابت حيث متجهة سرعتها \vec{v} عمودية على \vec{B} متجهة المجال المغناطيسي.

- حسب القانون الثاني لنيوتن ، لدينا: $\sum \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}$

يعني: $\vec{F} + \vec{P} = m \cdot \vec{a}$ حيث نقوم باهمال الوزن أمام القوة المغناطيسية

ومنه: $q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B} = m \cdot \vec{a}$ يعني: $\vec{a} = \frac{q}{m} \cdot \vec{v} \wedge \vec{B}$

وبالتالي فإن متجهة التسارع عمودية على \vec{v} و \vec{B} .

- تعبير التسارع في أساس فريني (M, \vec{u}, \vec{n})

لدينا تعبير التسارع في أساس فريني يكتب على شكل:

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt} \vec{u} + a_N \vec{n} \quad \text{و} \quad \vec{a}_G = \vec{a}_T + \vec{a}_N = a_T \vec{u} + a_N \vec{n}$$

بما أن: $V = cte$ فإن: $a_T = \frac{dv}{dt} = 0$ ومنه تعبير التسارع هو:

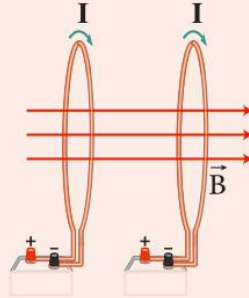
$$\vec{a} = \frac{V^2}{\rho} \vec{n} \quad \text{ومنه:} \quad \frac{V^2}{\rho} \vec{n} = \frac{q}{m} \vec{v} \wedge \vec{B}$$

يعني: $\frac{q}{m} \vec{v} \wedge \vec{B} = \frac{q}{m} |\vec{v}| |\vec{B}| \sin(\vec{v}, \vec{B})$ ومنه:

$$\rho = R = \frac{mV}{|q| \cdot B}$$

V حركة دقيقة مشحونة في مجال مغناطيسي منتظم

1 المجال المغناطيسي المنتظم



للحصول على مجال مغناطيسي منتظم نستعمل وشيعةتين يمر فيهما تيارا كهربائيا، حيث تتغير شدة المجال المغناطيسي بتغير شدة التيار الكهربائي المار في الوشيعةتين. تسمى هاتين الوشيعةتين **بوشيعةتا هيلمولتز**. يكون المجال المغناطيسي منتظما إذا كان لمتجهة المجال المغناطيسي \vec{B} نفس المميزات في نقط مختلفة من الفضاء.

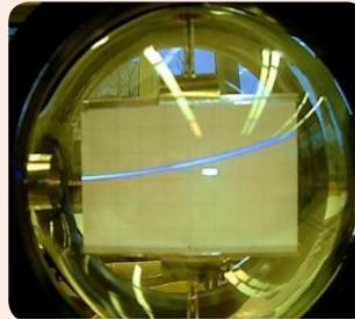
المجال المغناطيسي عمودي و خارج من الورقة



المجال المغناطيسي عمودي و داخل الى الورقة



2 القوة المغناطيسية: قوة لورنتز



عند تقريب مغناطيس من أنبوب مفرغ نلاحظ انحراف الحزمة الإلكترونية. نفس الملاحظة عند تقريب ملف لولبي يمر فيه تيار كهربائي . يتغير منحنى الانحراف عند عكس موضعي قطبي المغناطيس أو بعكس منحنى التيار الكهربائي المار في الملف اللولبي .

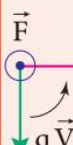
المجال المغناطيسي الذي يحدثه المغناطيس يطبق تأثيرا ميكانيكيا على حزمة الإلكترونات مما يجعلها تنحرف، و يسمى هذا التأثير **بقوة لورنتز**

- علاقة لورنتز

تخضع دقيقة مشحونة، ذات شحنة q تتحرك بسرعة متجهتها \vec{v} داخل مجال مغناطيسي متجهته \vec{B} إلى قوة مغناطيسية \vec{F} تسمى قوة لورنتز تحددنا

$$\vec{F} = q \vec{v} \wedge \vec{B}$$

N	C	m/s	T
---	---	-----	---



مميزات قوة لورنتز

- نقطة التأثير هي الدقيقة نفسها باعتبارها نقطية مادية.
- المنحني: يجب أن يكون ثلاثي الأوجه $(q\vec{v}, \vec{B}, \vec{F})$ مباشرة
- الاتجاه: العمودي على لمستوى $(q\vec{v}, \vec{B})$
- الشدة: نعبر عليها بالعلاقة: $F = |q \cdot v \cdot B \cdot \sin(\vec{v}, \vec{B})|$



تطبيقات : الحركات المستوية

$$\sin(\alpha) = \tan(\alpha) = \frac{Dm}{L} = \frac{1}{R} \quad \text{بما أن الزاوية } \alpha \text{ صغيرة فإن :}$$

$$\text{ومنه : } Dm = \frac{L \cdot l}{R} \quad \text{يعني :}$$

$$Dm = \frac{L \cdot l \cdot |q| \cdot B}{m \cdot V_0}$$

$$K = \frac{L \cdot l \cdot |q|}{m \cdot V_0} \quad \text{حيث : } Dm = K \cdot B \quad \text{لدينا :}$$

إن يتناسب الانحراف المغطيسي اطراداً مع شدة المجال المغطيسي.

و حيث $V = cte = V_0$ و $q = cte$ و $B = cte$ و $m = cte$ فإن :

$$\rho = R = \frac{m \cdot V_0}{|q| \cdot B}$$

خلاصة : حركة دقيقة ذات شحنة q وكتلة m عند ولوجها مجالاً مغناطيسياً منتظماً \vec{B} بسرعة بدئية \vec{V}_0 متعامدة مع \vec{B} ، حركة دائرية منتظمة. - مسارها ينتمي إلى المستوى العمودي على المجال المغطيسي \vec{B} شعاعه يساوي :

$$R = \frac{m \cdot V_0}{|q| \cdot B}$$

الحركة دائرية دورية دورها يساوي : $T = \frac{2\pi}{\omega}$ حيث : $\omega = \frac{V_0}{R}$

$$\text{ومنه : } T = \frac{2\pi R}{V_0} = \frac{2\pi m}{|q| B}$$

- الانحراف المغطيسي

نسمي الانحراف المغطيسي

المسافة $Dm = AA'$.

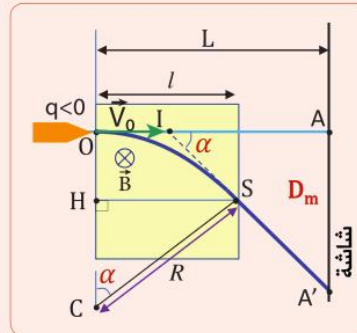
تلج حزمة دقائق من النقطة O

وبسرعة V_0 حيزاً طوله l

($l \ll L$) حيث يخضع لمجال

مغناطيسي \vec{B} منتظم متعامد

مع متجهة السرعة البدئية.



مسار كل دقيقة في المجال المغناطيسي هو عبارة عن قوس من دائرة

$$R = \frac{m \cdot V_0}{|q| \cdot B} \quad \text{حيث : } R \text{ هو شعاعها}$$

بعد خروج الدقيقة المشحونة من المجال المغطيسي من النقطة S تصبح

معزولة ميكانيكياً (لا تخضع لأي تأثير) وبالتالي فحركتها خارج المجال حركة

مستقيمة منتظمة (حسب مبدأ القصور) حتى تصطدم بالشاشة في النقطة

A' .

$$\text{لدينا : } \angle HCS = \angle AIA' = \alpha$$

لأن : $(IA) \parallel (HS)$, $\angle AIS = \angle ISH \Leftrightarrow SH \perp HC, IA \perp AA'$

$$\angle HCS = \alpha \Leftrightarrow \angle HSC = \frac{\pi}{2} - \alpha \Leftrightarrow CS \perp SA'$$

لدينا في المثلث AIA' : $\tan(\alpha) = \frac{Dm}{IA}$ وحيث ($l \ll L$) فإن :

$$\tan(\alpha) = \frac{Dm}{L} \quad \text{ومنه : } IA = L - OI \approx L$$

$$\sin(\alpha) = \frac{1}{R} \quad \text{ولدينا كذلك في المثلث HCS :}$$

تطبيقات : الأقمار الاصطناعية والكواكب

16

المحتوى

- المرجع المركزي الشمسي و المرجع المركزي الأرضي
- قوانين كيبلر (المسار الدائري والمسار الإهليجي)
- تطبيق القانون الثاني لنيوتن على مركز قصور قمر اصطناعي أو على كوكب : قوة انجاذبية مركزية، التسارع الاشعاعي ، نمذجة حركة مركز قصور قمر اصطناعي أو كوكب بواسطة حركة دائرية منتظمة .

المعارف والمهارات المستهدفة

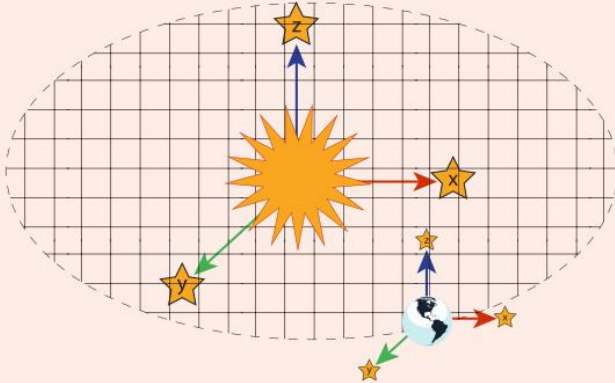
- تعرف المرجع المركزي الشمسي والمرجع المركزي الأرضي
- معرفة وتطبيق القوانين الثلاثة لكيبلر في حالة مسار دائري ومسار إهليلجي.
- إثبات القانون الثالث لكيبلر .
- معرفة التعبير المتجهي لقانون التجاذب الكوني.
- تعرف أن القوة التي يخضع لها مركز قصور قمر اصطناعي أو كوكب قوة انجاذبية مركزية .
- تطبيق القانون الثاني لنيوتن على مركز قصور قمر اصطناعي أو كوكب لتحديد طبيعة الحركة.



تطبيقات : الأقمار الاصطناعية والكواكب

II القوانين الثلاثة لـ كيبلر

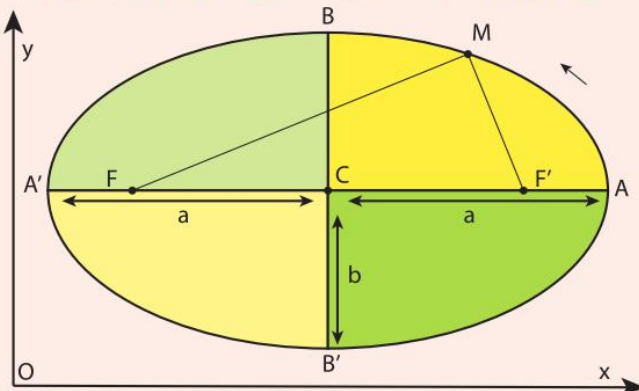
1 تذكير بالمرجع المركزي الشمسي و المرجع المركزي الأرضي.



- المرجع المركزي الشمسي يتكون من مركز الشمس و ثلاثة محاور متعامدة و موجهة نحو ثلاثة نجوم ثابتة خلال الزمن ، و يستعمل لدراسة حركة الكواكب و المذنبات حول الشمس و يعتبر مرجعا غاليليا .
- المرجع المركزي الأرضي يتكون من مركز الأرض و ثلاثة محاور متعامدة و موجهة نحو ثلاثة نجوم ثابتة خلال الزمن ، و يستعمل لدراسة حركة الأجسام التي تدور حول الأرض كالأقمار الاصطناعية... الخ

2 القانون الأول أو قانون المدارات الإهليلجية

في المرجع المركزي الشمسي مسار مركز قصور كوكب إهليلج يشكل مركز الشمس إحدى بؤرتيه . حيث a : هو نصف طول المحور الكبير للإهليلج .

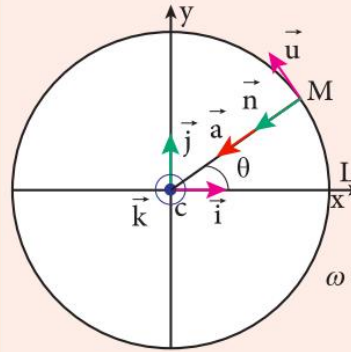


إضافة : خاصيات الاهليج

طول المحور الكبير : $AA' = 2a$ و طول المحور الصغير : $BB' = 2b$
الإهليلج هو مجموعة النقاط M التي تحقق المعادلة : $FM + F'M = 2a$
بحيث F و F' نقطتان ثابتتان تسميان بؤرتي الإهليلج، و $2a$ طول المحور الكبير للإهليلج. المساحة الكلية لأهليج هي : $S = \pi \cdot a \cdot b$
المسافة بين مركز الاهليج C و أحد البؤرتين : $CF = CF' = \sqrt{a^2 - b^2}$

I الحركة الدائرية المنتظمة

1 خاصيات الحركة الدائرية المنتظمة.



نقول أن حركة نقطة دائرية منتظمة، إذا كان مسارها دائري و سرعتها ثابتة. و هذا يعني أن: السرعة لزاوية ثابتة.

علما أن : $LM = S = R \cdot \theta$

فإن : $\frac{dS}{dt} = R \cdot \frac{d\theta}{dt}$

يعني : $V = R \cdot \omega$ ومنه $\omega = \frac{V}{R} = \text{cte}$
- دور الحركة : $T = \frac{2\pi}{\omega}$

- متجهة السرعة مماسة للمسار

الدائري ولها متجه الحركة : $\vec{V} = V \vec{u} = R \cdot \omega \vec{u}$

- متجهة التسارع في معلم فريني : $\vec{a} = a_T \vec{u} + a_N \vec{n}$

حيث : $a_T = \frac{dV}{dt} = 0$ و $a_N = \frac{V^2}{R}$ ومنه : $\vec{a} = \frac{V^2}{R} \vec{n}$
إذن متجهة التسارع انجذابية مركزية تعبيرها :

$$\vec{a} = \frac{V^2}{R} \vec{n} = R \cdot \omega^2 \vec{n}$$

2 شروط الحصول على حركة دائرية منتظمة

حسب القانون الثاني لنيوتن لدينا : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \cdot \vec{a}$

لتكن \vec{F} هي مجموع متجهات القوى التي يخضع لها الجسم، ومنه فإن :

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} = m \cdot \frac{V^2}{R} \vec{n}$$

ومنه لكي تكون حركة مركز قصور الجسم دائرية منتظمة ، يجب أن يتحقق

الشرطان التاليان:

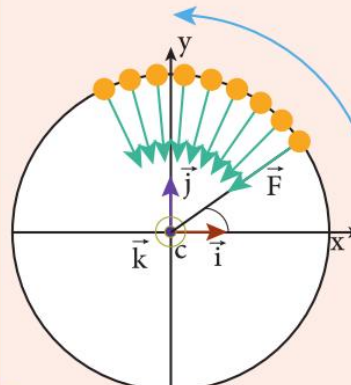
- أن يكون مجموع متجهات القوى

انجذابيا مركزيا نحو مركز الدوران

- أن يكون منظم مجموع متجهات

القوى ثابتا ويحقق العلاقة التالية :

$$F = m \cdot \frac{V^2}{R}$$



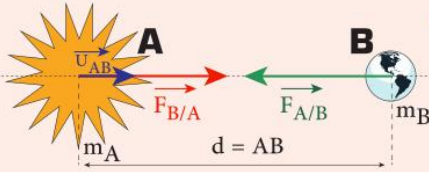


تطبيقات : الأقمار الاصطناعية والكواكب

III دراسة الحركة المدارية للكواكب

1 قانون نيوتن للتجاذب الكوني

نص القانون: تتجاذب الأجسام بسبب كتلتها، فيطبق بعضها على البعض قوى تأثير تجاذبي.



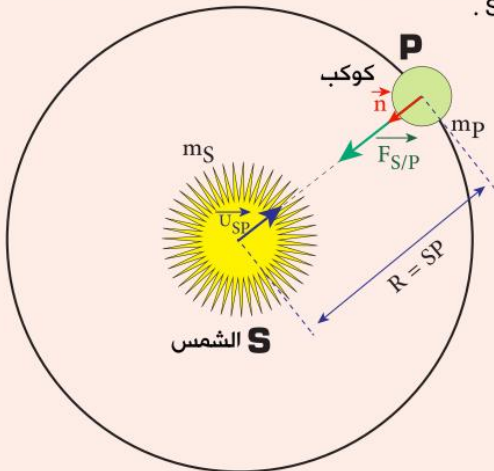
نعتبر جسمين ماديين نقطيين A و B كتلتاهما m_A و m_B وتفصل بينهما المسافة $d = AB$ يطبق أحدهما على الآخر قوة تجاذب عن بعد تسمى قوة التجاذب الكوني، تعبيرها هو :

$$\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A} = -\frac{G \cdot m_A \cdot m_B}{AB^2} \vec{u}_{AB}$$

حيث : $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ ثابتة التجاذب الكوني
و \vec{u}_{AB} متجهة واحدة موجّهة من A نحو B .

2 دراسة حركة كوكب P حول الشمس.

-تتم الدراسة في مرجع مركزي شمسي نعتبره غاليليا .
نعتبر كوكبا كتلته m_P ومركزه P ، في حركة دوران حول الشمس كتلتها m_S ومركزها S .



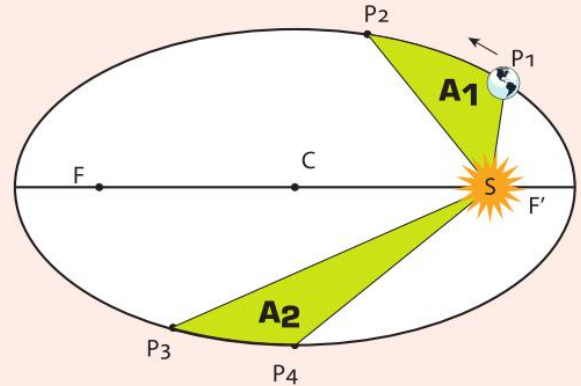
- الجسم المدروس : الكوكب P .

يخضع الكوكب إلى قوة التجاذب الكوني المطبقة من طرف الشمس $\vec{F}_{S/P}$
حسب القانون الثاني لنيوتن ، لدينا : $\sum \vec{F}_{ext} = m_P \cdot \vec{a}_P$
يعني : $\vec{F}_{S/P} = m_P \cdot \vec{a}_P = m_P \cdot \frac{v^2}{R} \cdot \vec{n}$ لأن : $\vec{a}_P = \frac{v^2}{R} \cdot \vec{n}$
ولدينا : $\vec{F}_{S/P} = -G \frac{m_P \cdot m_S}{R^2} \vec{u}_{SP} = G \frac{m_P \cdot m_S}{R^2} \cdot \vec{n}$

3 القانون الثاني أو قانون المساحات .

تكسح القطعة SP التي تربط مركز الشمس S بمركز الكوكب P مساحات متقايسة في مدد زمنية متساوية.

يعني : خلال مدة Δt ينتقل كوكب مركزه P من الموضع P1 إلى الموضع P2 نقرن بهذا الإنتقال المساحة A_1 وخلال نفس المدة ينتقل P من P3 إلى P4 نقرن بهذا الإنتقال المساحة A_2 بحيث : $A_1 = A_2$
وهذا يدل على أن الكوكب يدور حول الشمس بسرعة غير ثابتة كلما اقترب الكوكب من الشمس، كلما زادت سرعته و العكس صحيح.

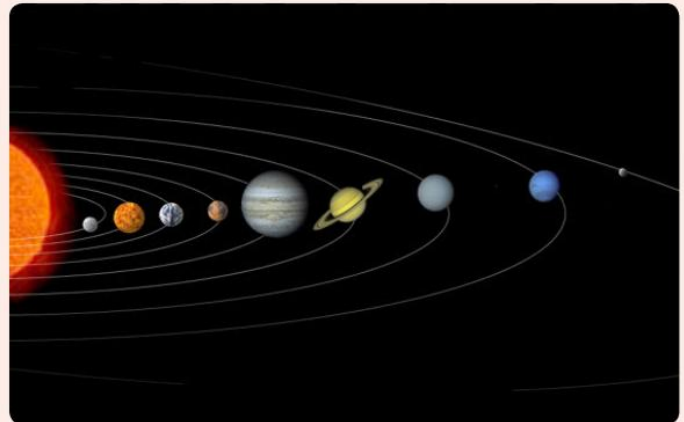


4 القانون الثالث أو قانون الأذوار

يتناسب مربع الدور المداري T^2 اطرادا مع مكعب نصف طول المحور الكبير a^3 للإهليلج.

$$\frac{T^2}{a^3} = K \quad \text{where } K \text{ is a constant}$$

T : الدور المداري لكوكب ما وهو المدة الزمنية التي يستغرقها مركزه لإنجاز دورة فلكية كاملة ، K : ثابتة لا تتعلق بالكوكب ولكن تتعلق بالشمس.



تطبيقات : الأقمار الاصطناعية والكواكب

$$\vec{F}_{S/P}$$

- الجسم المدروس : القمر الاصطناعي S .

يخضع القمر الاصطناعي إلى قوة التجاذب المطبقة من طرف الأرض $\vec{F}_{T/S}$

- حسب القانون الثاني لنيوتن ، لدينا : $\sum \vec{F}_{ext} = m_S \cdot \vec{a}_S$

$$\vec{F}_{T/S} = m_S \cdot \vec{a}_S = m_S \cdot \frac{V^2}{R_T + h} \cdot \vec{n} \quad \text{يعني :}$$

$$\vec{a}_S = \frac{V^2}{R_T + h} \cdot \vec{n} \quad \text{لأن :}$$

$$\vec{F}_{T/S} = -G \cdot \frac{m_S \cdot m_T}{(R_T + h)^2} \cdot \vec{n} \quad \text{ولدينا :}$$

$$V^2 = \frac{G \cdot m_T}{(R_T + h)} \quad \text{يعني :} \quad m_S \cdot \frac{V^2}{R_T + h} = G \cdot \frac{m_S \cdot m_T}{(R_T + h)^2}$$

ومنه سرعة القمر الاصطناعي هي :

$$V = \sqrt{\frac{G \cdot m_T}{(R_T + h)}}$$

$$\omega = \frac{V}{R_T + h} \quad \text{لحساب الدور المداري، لدينا :} \quad T = \frac{2\pi}{\omega} \quad \text{حيث :}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{G \cdot m_T}{(R_T + h)^3}} \quad \text{يعني :} \quad \text{ومنه تعبير الدور المداري هو :}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{(R_T + h)^3}{G \cdot m_T}}$$

2 الإستقرار .

الاستقرار هو وضع قمر اصطناعي في مداره حول الأرض و إعطاءه سرعة كافية تخوله حركة دائرية منتظمة حول الأرض.

تتم عملية الاستقرار بواسطة مركبة فضائية ، تقوم بدور مزدوج : حمل القمر الاصطناعي إلى ارتفاع يفوق 200km ، حيث الغلاف الجوي الأرضي منعدم تقريبا لتفادي الاحتكاكات المائعة.

منح القمر الاصطناعي سرعة \vec{V}_0 تجعله يبقى في مدار دائري حول الأرض حيث : السرعة \vec{V}_0 عمودية على كنهجة الوضع $\vec{TS} \perp \vec{V}_0$ ومنظمها :

$$V_0 = \sqrt{\frac{G \cdot m_T}{(R_T + h)}}$$

نعتبر القمر الاصطناعي خاضعا لقوة التجاذب الأرضي فقط، بحيث نهمل الاحتكاكات المتعلقة بالجو.

$$V^2 = G \cdot \frac{m_S}{R} \quad \text{ومنه :} \quad m_P \cdot \frac{V^2}{R} = G \cdot \frac{m_P \cdot m_S}{R^2}$$

وبالتالي سرعة الكوكب هي :

$$V = \sqrt{G \cdot \frac{m_S}{R}}$$

$$\omega = \frac{V}{R} = \sqrt{\frac{G \cdot m_S}{R^3}} \quad \text{حيث :} \quad T = \frac{2\pi}{\omega}$$

ومنه تعبير الدور المداري هو :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{R^3}{G \cdot m_S}}$$

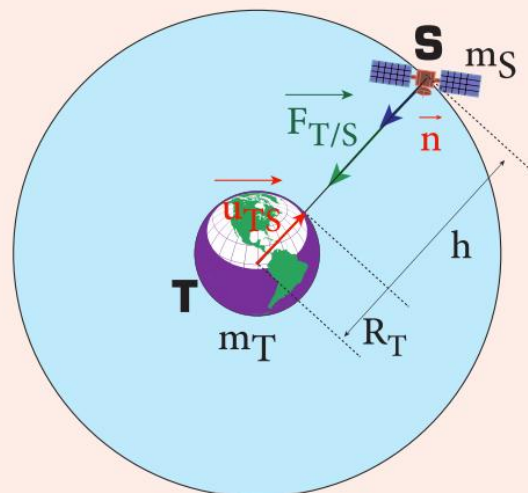
$$\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot m_S} = K \quad \text{يعني :} \quad T^2 = 4\pi^2 \cdot \frac{R^3}{G \cdot m_S}$$

وهذا يترجم القانون الثالث لكبلر ، حيث K ثابتة تتعلق بالشمس.

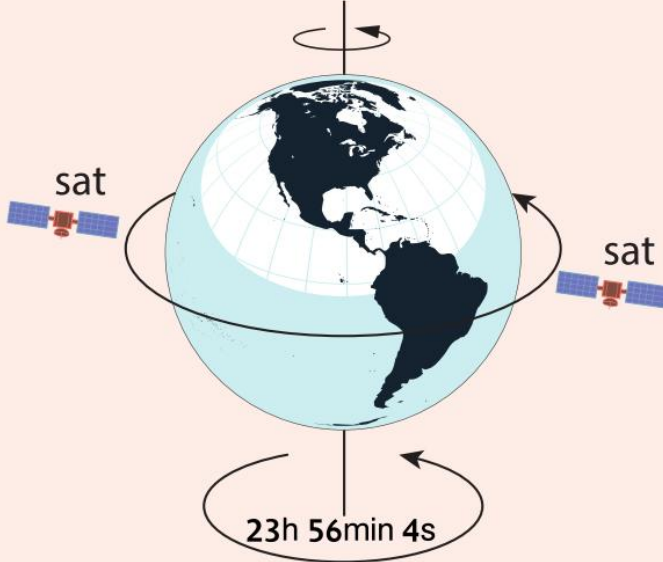
IV الحركة المدارية للأقمار الاصطناعية لأرض

1 تعبير السرعة V و الدور المداري T .

تتم الدراسة في مرجع مركزي أرضي ، نسمي قمر كل جسم في حركة مدارية حول كوكب مثل القمر ، الأقمار الاصطناعية ...
نعتبر الأرض ذات توزيع كروي مائل للكتلة ، كتلتها m_T ومركزها T ، ونعتبر القمر الاصطناعي نقطيا وكتلته m_S ممركة في مركزه S .



تطبيقات : الأقمار الاصطناعية والكواكب



3 الأقمار الاصطناعية الساكنة بالنسبة للأرض .

- **تعريف :** يكون القمر الاصطناعي ساكن بالنسبة للأرض عندما يبقى ثابت بالنسبة لملاحظ على سطح الأرض.
مثال : القمر الاصطناعي للارسال التلفزيوني حيث يستقبل الهوائي المقعر اشاراته .

- **الشروط اللازمة لكي يكون القمر ساكنا بالنسبة للأرض**
- أن يدور القمر الاصطناعي في نفس منحنى دوران الأرض حول محورها القطبي.
- ينبغي يكون مداره في مستوى خط الاستواء.
- أن يكون دوره المداري مساويا لدور حركة دوران الأرض حول محورها القطبي: أي $T = 23h56min4s = 86164s$
الارتفاع الذي يوضع عليه القمر الاصطناعي من سطح الأرض لكي يبدو ساكنا هو : $h \approx 36000km$ (يمكن حساب h حيث $T = 86164s$ اعتمادا على العلاقة :

$$h = \left(\frac{T^2 \cdot G \cdot m_T}{4\pi^2} \right)^{1/3} - R_T \quad \leftarrow \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{(R_T + h)^3}{G \cdot m_T}}$$



حركة دوران جسم صلب حول محور ثابت

17

المحتوى

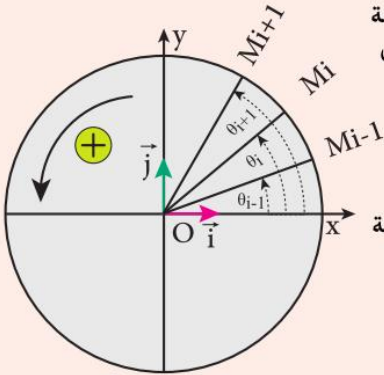
- الأفصول الزاوي و التسارع الزاوي.
- العلاقة الأساسية للحريك في حالة الدوران حول محور ثابت.
- دور عزم القصور.
- حركة مجموعة ميكانيكية في حالة إزاحة ودوران حول محور ثابت.

المعارف والمهارات المستهدفة

- معلمة نقطة من جسم صلب في دوران حول محور ثابت بأفصوله الزاوي.
- معرفة تعبير التسارع الزاوي ووحدته.
- معرفة واستغلال تعبير المركبتين a_T و a_N بدلالة المقادير الزاوية.
- معرفة وتطبيق العلاقة الأساسية للديناميك في حالة الدوران حول محور ثابت لإثبات المعادلة التفاضلية للحركة وإيجاد حلها
- معرفة وحدة عزم القصور.
- معرفة واستغلال مميزات حركة الدوران المتغير بانتظام ومعادلاتها الزمنية.
- تطبيق القانون الثاني لنيوتن والعلاقة الأساسية للديناميك في حالة الدوران على مجموعة ميكانيكية مركبة ومكونة من جسمين على الأكثر في حالة إزاحة مستقيمة وآخر في حالة دوران حول محور ثابت لإثبات المعادلات التفاضلية ولتحديد مقادير حركية ومقادير تحريكية.



حركة دوران جسم صلب حول محور ثابت



السرعة الزاوية اللحظية عند النقطة M_i في لحظة t_i ، تحسب باستعمال العلاقة :

$$\omega = \frac{\theta_{i+1} - \theta_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}}$$

حيث θ_{i+1} الأفضول الزاوي للنقطة M_{i+1} عند اللحظة t_{i+1} و θ_{i-1} الأفضول الزاوي للنقطة M_{i-1} عند اللحظة t_{i-1}

حسب العلاقة السابقة : $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$ عندما يؤول Δt الى 0 فإن $\frac{\Delta\theta}{\Delta t}$ يؤول الى $\frac{d\theta}{dt}$ أي مشتقة الأفضول الزاوي بالنسبة للزمن.

- تعريف : السرعة الزاوية اللحظية للنقطة M عند اللحظة t هي المشتقة بالنسبة للزمن للأفضول الزاوي لهذه النقطة

$$\omega = \dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt}$$

وحدته قياسها هي rad.s^{-1}

- العلاقة بين السرعة الزاوية و الخطية :

لدينا : $S = R.\theta$ حيث $R = \text{cte}$ ومنه : $\frac{dS}{dt} = R.\frac{d\theta}{dt}$ يعني :

$$V = R.\omega$$

3 التسارع الزاوي $\ddot{\theta}$

- التسارع الزاوي يرمز له ب α أو $\ddot{\theta}$ هو مشتقة السرعة الزاوية ω بالنسبة للزمن :

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2} = \ddot{\theta}$$

وحدة قياسه هي rad.s^{-2}

يمكن أيضا الاعتماد العلاقة اسفله لحساب التسارع الزاوي بين لحظتين :

$$\ddot{\theta} = \frac{\dot{\theta}_{i+1} - \dot{\theta}_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}}$$

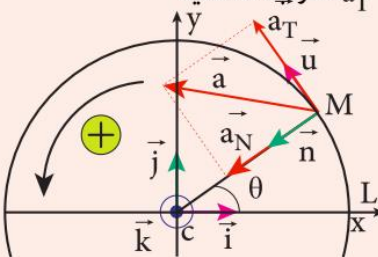
التسارع الزاوي في معلم فريني : (M, \vec{u}, \vec{n})

لدينا : $\vec{a} = \vec{a}_T + \vec{a}_N = a_T \vec{u} + a_N \vec{n}$ حيث : $a_N = \frac{V^2}{R}$

هي المركبة المنظمة و $a_T = \frac{dv}{dt}$ المركبة المماسية
بمأن : $V = R.\omega$ فإن :

$$a_N = \frac{V^2}{R} = R.\omega^2$$

$$a_T = \frac{dV}{dt} = R.\ddot{\theta}$$

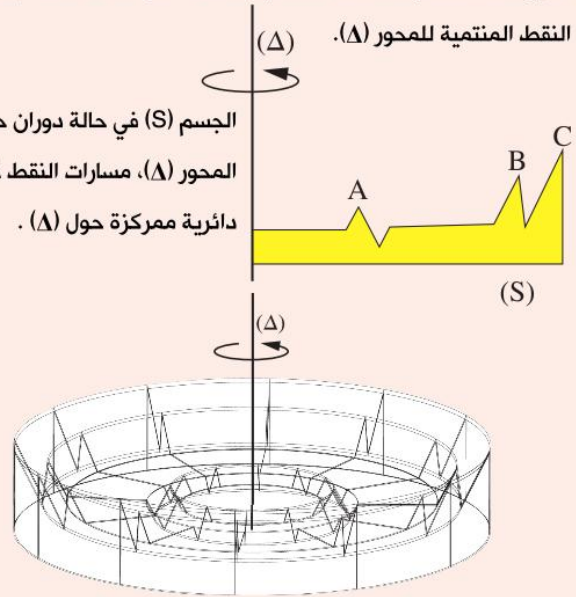


I السرعة الزاوية - التسارع الزاوي

1 تعريف حركة الدوران

يكون جسم صلب غير قابل للتشويه في دوران حول محور ثابت (Δ) إذا كانت جميع نقط الجسم لها مسارات دائرية ممرزة على هذا المحور. باستثناء النقط المنتمية للمحور (Δ).

الجسم (S) في حالة دوران حول المحور (Δ)، مسارات النقط A و B و C دائرية ممرزة حول (Δ).

2 الأفضول الزاوي θ

الأفضول الزاوي للنقطة المتحركة M

من جسم صلب في حركة دوران حول

محور (Δ) ثابت هو الزاوية الموجهة

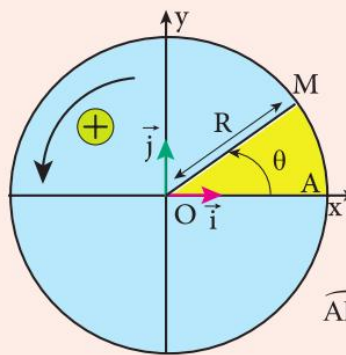
θ حيث : $\theta = (\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{OM})$

نعبّر عن θ في النظام العالي للوحدات بالراديان rad.

الأفضول المنحني هو طول القوس \widehat{AM}

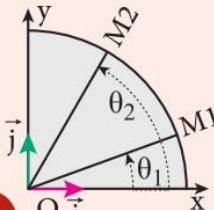
ونرمز له ب S حيث : $S = \widehat{AM}$

وحدة قياسه m ، العلاقة بين S و θ هي : $S = R.\theta$

3 السرعة الزاوية $\dot{\theta}$

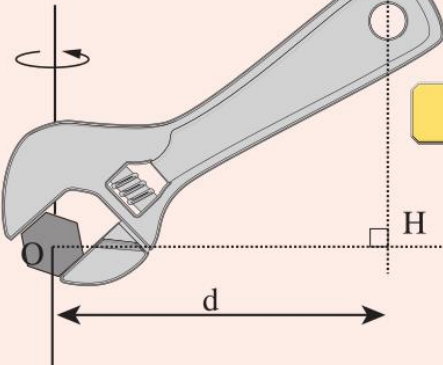
السرعة الزاوية المتوسطة ω هي خارج قسمة الزاوية التي تكسحها متجهة الموضع على مدة الكسح

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1}$$



حركة دوران جسم صلب حول محور ثابت

إذا كان اتجاه \vec{F} يوازي أو يتقاطع مع (Δ) فإن عزم القوة منعدم.



$$M_{\Delta}(\vec{F}) = \pm F \cdot d$$

العزم مقدار جبري. يتم
تحديد إشارته حسب
المنحى الإعتباطي الذي
نختاره، وحدة قياسه
هي : N.m

2 العلاقة الأساسية للديناميك.

في معلم غاليلي يساوي المجموع الجبري لعزوم القوى المطبقة على جسم
صلب في دوران حول محور ثابت (Δ) جذاء عزم لقصور J_{Δ} والتسارع الزاوي
 $\ddot{\theta}$ لهذا الجسم :

$$\sum M_{\Delta}(\vec{F}_i) = J_{\Delta} \cdot \ddot{\theta}$$

حالات خاصة :

- إذا كان مجموع عزوم القوى منعدم فإن $\ddot{\theta}$ منعدم أي الدوران منتظم.
- إذا كان مجموع عزوم القوى ثابتاً فإن $\ddot{\theta} = cte$ أي الدوران متغير بانتظام.

إشارة المجموع

$$\sum M_{\Delta}(\vec{F}_i)$$

$$\sum M_{\Delta}(\vec{F}_i) < 0$$

حركة الدوران
متباطئة بانتظام

$$\sum M_{\Delta}(\vec{F}_i) > 0$$

حركة الدوران
متسارعة بانتظام

$$\sum M_{\Delta}(\vec{F}_i) = 0$$

حركة الدوران
منتظمة

IV الحركة الدائرية المتغيرة بانتظام

الحركة الدائرية المتغيرة بانتظام هي التي يكون مسارها دائري وتسارعها
الزاوي ثابت $\ddot{\theta} = cte$ يعني : $\ddot{\theta} = cte$ و اعتماداً على التكامل و
الشروط البدئية حيث عند $t=0$ لدينا : $\omega = \omega_0$ نجد : $\omega = \dot{\theta}t + \omega_0$
يعني : $\frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta}t + \omega_0$ و اعتماداً على التكامل و الشروط البدئية حيث
عند $t=0$ لدينا : $\theta = \theta_0$ نجد : $\theta = \frac{1}{2}\ddot{\theta}t^2 + \omega_0 \cdot t + \theta_0$
إذا كان التسارع $\ddot{\theta}$ منعدم فإن الحركة دائرية منتظمة.

II عزم القصور لجسم صلب

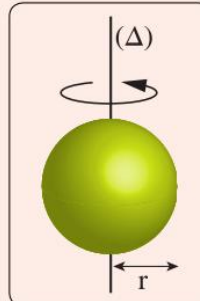
1 تعريف

عزم القصور مقدار يميز مدى مقاومة الجسم لحركة الدوران ويتعلق بكتلته و
بشكله الهندسي يعني كيفية توزيع المادة حول محور الدوران، تعبيره هو :

$$J_{\Delta} = \sum m_i \cdot r_i^2$$

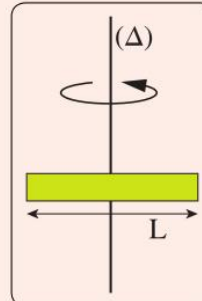
وحدته في النظام العالمي للوحدات هي : kg.m²

2 عزم القصور لبعض الأجسام .

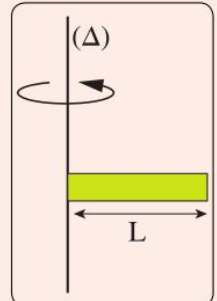


فلكة أو كرة مملوءة

$$J_{\Delta} = \frac{2}{5} m \cdot r^2$$

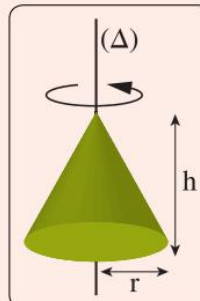
ساق يمر من
منتصفها

$$J_{\Delta} = \frac{1}{12} m \cdot L^2$$

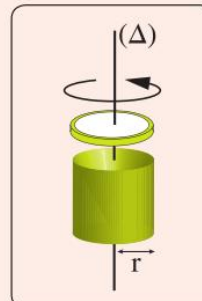


ساق يمر من طرفها

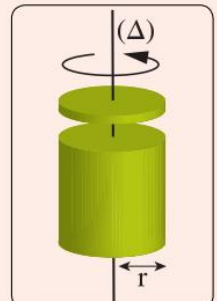
$$J_{\Delta} = \frac{1}{3} m \cdot L^2$$

مخروط قائم
مملوء

$$J_{\Delta} = \frac{3}{10} m \cdot r^2$$

حلقة أو اسطوانة
مجوفة من الوسط

$$J_{\Delta} = m \cdot r^2$$

قرص أو اسطوانة
مملوءة

$$J_{\Delta} = \frac{1}{2} m \cdot r^2$$

III العلاقة الأساسية للديناميك الخاصة بالدوران

1 تذكير : عزم قوة

تذكير : عزم قوة \vec{F} بالنسبة لمحور (Δ) متعامد مع خط تأثيرها هو جذاء
الشدة F لهذه القوة و المسافة d التي تفصل المحور (Δ) عمودياً على خط
تأثير القوة.

حركة دوران جسم صلب حول محور ثابت

الحل :

المرحلة 1 :

الجسم المدروس : الجسم (C).

جهد القوى المطبقة على C :

 \vec{P} : وزن الجسم C ، \vec{R} : قوة السطح المائل ، \vec{T} : قوة الخيط

- حسب القانون الثاني لنيوتن :

لدينا : $\sum \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}$ يعني : $\vec{P}' + \vec{R}' + \vec{T}' = m \cdot \vec{a}$

باسقاط العلاقة المتجهية على المحور (Ox) لدينا :

 $a_y = a_z = 0$ لأن $P'_x + R'_x + T'_x = m \cdot a_x = m \cdot a$ يعني : $m \cdot g \cdot \sin(\alpha) + 0 - T' = m \cdot a$ ، بمأن الخيط غير قابلللإمتداد فإن $T = T'$ ومنه : $T = m \cdot g \cdot \sin(\alpha) - m \cdot a$ وبالتالي : (1) $T = m \cdot g \cdot \sin(\alpha) - m \cdot a$

المرحلة 2 :

الجسم المدروس : البكرة (P).

جهد القوى المطبقة على P :

 \vec{P} : وزن الجسم C ، \vec{R} : قوة السطح المائل ، \vec{T} : قوة الخيط

- حسب العلاقة الأساسية للديناميك لجسم في حالة دوران :

لدينا : $\sum M_{\Delta}(\vec{F}_{ext}) = J_{\Delta} \cdot \ddot{\theta}$ يعني : $M_{\Delta}(\vec{P}) + M_{\Delta}(\vec{R}) + M_{\Delta}(\vec{T}) = J_{\Delta} \cdot \ddot{\theta}$ لدينا : $M_{\Delta}(\vec{P}) + M_{\Delta}(\vec{R}) = 0$ لأن اتجاه القوتان \vec{P} و \vec{R} يتقاطعان

مع المحور (A). وباعتبار المنحى الموجب لدوران البكرة، يكون تعبير عزم

القوة \vec{T} بالنسبة لمحور الدوران هو : $M_{\Delta}(\vec{T}) = +T \cdot r$ ومنه : $T \cdot r = J_{\Delta} \cdot \ddot{\theta}$ ومنه فإن : $T = \frac{J_{\Delta} \cdot \ddot{\theta}}{r}$ ولدينا : $a = r \cdot \ddot{\theta}$ لأن الخيط لا ينزلق على البكرة، ولدينا $J_{\Delta} = \frac{1}{2} m_0 \cdot r^2$ ومنه تعبير T هو : (2) $T = \frac{J_{\Delta} \cdot \ddot{\theta}}{r} = \frac{\frac{1}{2} m_0 \cdot r^2 \cdot \frac{a}{r}}{r} = \frac{m_0 \cdot a}{2}$ ومن (1) و (2) نستنتج : $\frac{m_0 \cdot a}{2} = m \cdot g \cdot \sin(\alpha) - m \cdot a$ يعني : $m \cdot a + \frac{m_0 \cdot a}{2} = m \cdot g \cdot \sin(\alpha)$ يعني : $m a (1 + \frac{m_0}{2m}) = m \cdot g \cdot \sin(\alpha)$

ومنه فإن التسارع هو :

$$a = \frac{g \cdot \sin(\alpha)}{(1 + m_0 / 2m)}$$

نلاحظ، أن $a = cte$ ومنه فإن حركة الجسم (C) متغيرة بانتظام.

خلاصة :

دوران بانتظام	دوران منتظم	
$\ddot{\theta} = cte$	$\ddot{\theta} = 0$	التسارع الزاوي
$\omega = \ddot{\theta} t + \omega_0$	$\omega = cte = \omega_0$	السرعة الزاوية
$\theta = \frac{1}{2} \ddot{\theta} t^2 + \omega_0 \cdot t + \theta_0$	$\theta = \omega t + \theta_0$	الافصول الزاوي
$a_N = \frac{V^2}{R} = R \cdot \omega^2$	$a_N = r \cdot \omega_0^2$	التسارع
$a_T = \frac{dV}{dt} = R \ddot{\theta}$	$a_T = 0$	

تطبيقات V

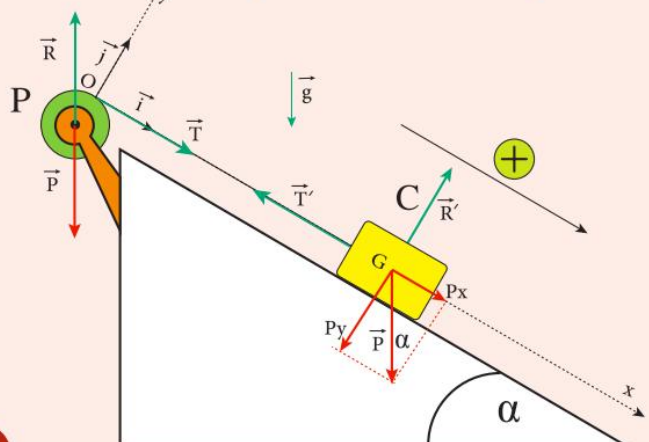
1 تطبيق رقم 1

نعتبر مجموعة ميكانيكية (S) مكونة من :

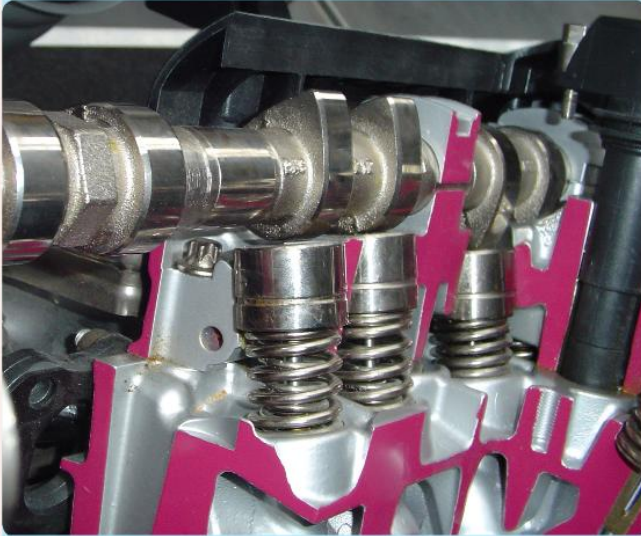
- بكرة متجانسة (P) شعاعها r وكتلتها m_0 قابلة للدوران حول محورها (A) الأفقي و الثابت.- جسم صلب (C) كتلته m على مستوى مائل بزاوية α .

- خيط (f) غير قابل للإمتداد و كتلته مهملة و ملفوف حول مجرى بكرة و طرفه الآخر مشدود بالجسم (C) :

نحرر المجموعة فينزل الجسم (C) نحو الأسفل.

عبر عن a تسارع المجموعة بدلالة m_0, m, α, g ؟

المجموعات الميكانيكية المتذبذبة



المحتوى

- تقديم مجموعات ميكانيكية متذبذبة : النواس الوزن والنواس البسيط، ونواس اللي والمجموعة (جسم صلب - نابض) في ذبذبات حرة : موضع التوازن، الوسع، الدور الخاص، خمود الذبذبات.
- المجموعة المتذبذبة (جسم صلب - نابض) : قوة الارتداد المطبقة من طرف نابض - المعادلة التفاضلية لحركة جسم صلب في حالة إهمال الاحتكاكات - الدور الخاص - الخمود.
- نواس اللي : مزدوجة الارتداد - المعادلة التفاضلية في حالة الاحتكاكات المهمة - الدور الخاص - الخمود.
- النواس الوزن : المعادلة التفاضلية - الدور الخاص - الخمود
- ظاهرة الرنين : التقديم التجريبي للظاهرة - المثير - الرنان - وسع ودور الذبذبات - تأثير الخمود - أمثلة للرنين الميكانيكي.

المعارف والمهارات المستهدفة

- تطبيق القانون الثاني لنيوتن لإثبات المعادلة التفاضلية لحركة نواس اللي في حالة الاحتكاكات المهمة
- تعرف حل المعادلة التفاضلية وطبيعة حركة نواس اللي - معرفة مدلول المقادير الفيزيائية الواردة في تعبير المعادلة الزمنية و تحديدها انطلاقا من الشروط البدئية - معرفة وتطبيق تعبير الدور الخاص والتردد الخاص لنواس اللي
- استغلال المخطط $\theta = f(t)$ لتحديد المقادير المميزة لحركة النواس - تحديد صنفى الخمود (الصلب والمائع) انطلاقا من أشكال المخططات $\theta = f(t)$
- تطبيق القانون الثاني لنيوتن لإثبات المعادلة التفاضلية لحركة النواس الوزن في حالة الاحتكاكات المهمة والذبذبات الصغيرة
- تعرف حل المعادلة التفاضلية وطبيعة حركة النواس الوزن .
- استغلال مخطط $\theta = f(t)$ لتحديد المقادير المميزة لحركة النواس الوزن
- تعرف النواس البسيط المتواقت للنواس الوزن - معرفة تعبير الدور الخاص للنواس البسيط - تعرف المثير والرنان وظاهرة الرنين الميكانيكي
- معرفة ظروف حدوث الرنين الميكانيكي : دور المثير يقارب الدور الخاص للرنان - تعرف تأثير الخمود على أنظمة الرنين.

- تعرف المتذبذبات الميكانيكية التالية : النواس الوزن والنواس البسيط، ونواس اللي والنواس المرن (المجموعة : جسم صلب + نابض) - معرفة المفاهيم التالية : الحركة التذبذبية-الحركة الدورية-وسع الحركة-موضع التوازن-الدور لخاص
- تعرف الذبذبات الحرة - تعرف خمود الذبذبات ومختلف أصنافه وأنظمته.
- معرفة أن الدور الخاص يقارب شبه الدور في حالة الخمود الضعيف (نظام شبه دوري) - معرفة مميزات قوة الارتداد المطبقة من طرف نابض على جسم صلب في حركة - استغلال مخطط المسافات $x = f(t)$

- تطبيق القانون الثاني لنيوتن لإثبات المعادلة التفاضلية وطبيعة حركة الجسم الصلب - تعرف حل المعادلة التفاضلية وطبيعة حركة الجسم الصلب - معرفة مدلول المقادير الفيزيائية الواردة في تعبير المعادلة الزمنية وتحديدها انطلاقا من الشروط البدئية - معرفة وتطبيق تعبير الدور الخاص والتردد الخاص للمجموعة المتذبذبة: (جسم صلب- نابض) - تحديد صنفى الخمود (الصلب والمائع) انطلاقا من أشكال مخططات المسافات $x = f(t)$
- معرفة تعبير مزدوجة الارتداد المطبقة من طرف سلك اللي على جسم صلب في حركة.

المجموعات الميكانيكية المتذبذبة

أنواع الحركة التذبذبية هي :

- الحركة التذبذبية الحرة : هي التي ينجزها متذبذب ميكانيكي دون اكتساب طاقة ما من المحيط الخارجي بعد إحداث حركته .
- الحركة التذبذبية المصنعة : هي التي ينجزها المتذبذب وذلك بتعويض الطاقة المفقودة خلال التذبذبات بواسطة جهاز خارجي . مثال الساعة الحائطية .



الحركة التذبذبية القسرية : عندما تفرض مجموعة ميكانيكية تسمى بالمثير تردد معين لذبذبات على المجموعة المتذبذبة والتي تسمى بالرنان .
وسع الحركة : وسع الحركة لمتذبذب ميكانيكي هو القيمة القصوى الموجبة التي يأخذها المقدار الذي يعبر عن مدى إبتعاد أو إنحراف المتذبذب عن موضع توازنه المستقر (بالنسبة للنواس الوزان والنواس البسيط ونواس اللي نستعمل الأفصول الزاوي θ_m ، بالنسبة للنواس المرن ، نستعمل الأفصول الخطي X_m).

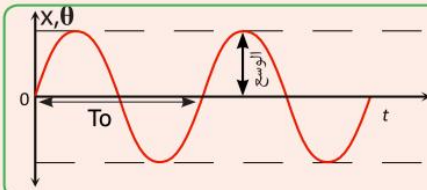
الدور الخاص لمتذبذب ميكانيكي حر وغير مخمد ، هو المدة الزمنية T_0 التي تفصل مرورين متتاليين للمتذبذب من موضع توازنه المستقر في نفس المنحى ، وحدته في النظام العالمي للوحدات هي الثانية (s) .
التردد الخاص لحركة تذبذبية : يساوي عدد الذبذبات في الثانية و تعبيره هو : $(N_0 = 1/T_0)$ وحدة قياسه هي الهرتز (Hz) .
 الذبذبة هي حركة ذهاب و إياب حول موضع التوازن المستقر .

3 خمود الذبذبات الميكانيكية

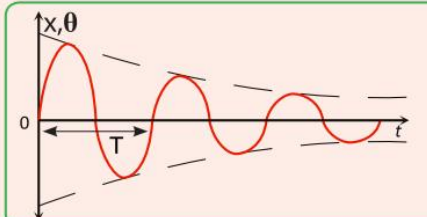
عند إزاحة متذبذب ميكانيكي عن موضع توازنه المستقر و تحريره ، نلاحظ أن وسع التذبذبات يتناقص إلى أن يتوقف المتذبذب عن الحركة . تسمى هذه الظاهرة **بظاهرة الخمود** .

- تحدث ظاهرة الخمود بسبب الاحتكاكات التي يمكن تصنيفها إلى صنفين :
- احتكاكات مائعة ، تحدث عند تماس المتذبذب مع جسم مائع (سائل أو غاز) .
- احتكاكات صلبة ، تحدث عند تماس المتذبذب مع جسم صلب . في هذه الحالة يتناقص الوسع خطيا . و يكون $T \approx T_0$

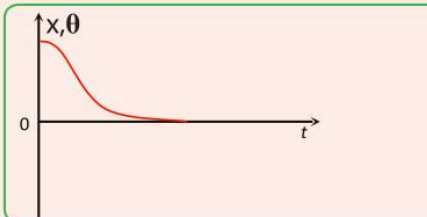
أنظمة الخمود :



نظام دوري : الوسع يبقى ثابت ، بحيث تكون الاحتكاكات مهمة مع الوسط الخارجي (حالة مثالية)



نظام شبه دوري : في هذه الحالة تكون حركة المتذبذب الميكانيكي شبه دورية ، لها شبه دور يقارب الدور الخاص T_0 (الاحتكاكات ضعيفة)



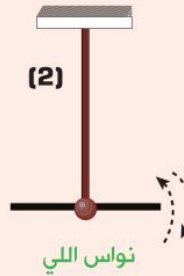
نظام لادوري : في هذه الحالة تكون حركة المتذبذب لادورية (الاحتكاكات مهمة)

I تقديم المجموعات الميكانيكية المتذبذبة

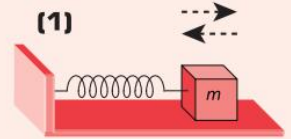
I

المتذبذب الميكانيكي هو جسم ينجز حركة تذبذبية أي حركة ذهاب و إياب حول موضع توازنه المستقر .

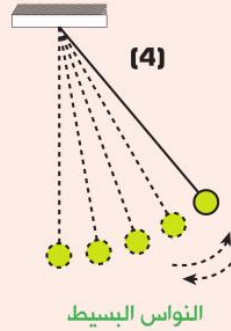
1 أمثلة لبعض المتذبذبات الميكانيكية



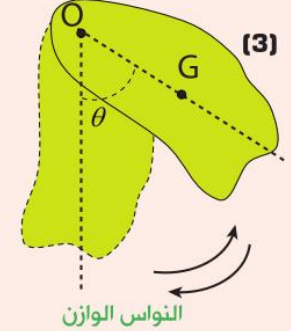
نواس اللي



النواس المرن



النواس البسيط



النواس الوزان

- **النواس المرن :** أو المجموعة جسم صلب - نابض يتكون من جسم صلب كتلته m ، مرتبط بأحد طرفي نابض ذي لفات غير متصلة ، صلابته K ، وكتلته مهمة (الشكل (1)).

- **نواس اللي :** يتكون من سلك فلزي رأسي ، أحد طرفيه مثبت ، ومحوره (A) يمر من مركز قصور القضيب المعلق في الطرف الآخر (الشكل (2)).

- **النواس الوزان :** هو جسم صلب يمكنه أن يتذبذب حول محور (A) أفقي ثابت ، ولا يمر بمركز قصوره (الشكل (3)).

- **النواس البسيط :** يتكون من جسم صلب ذو أبعاد صغيرة ، كتلته m ، يتأرجح على مسافة ثابتة من محور أفقي ثابت (الشكل (4)).

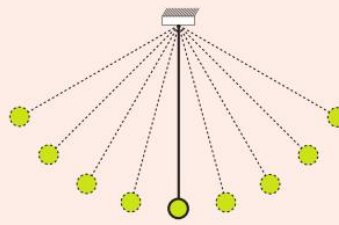
2 الحركة التذبذبية ومميزاتها

الحركة التذبذبية : الحركة التذبذبية هي حركة ذهاب وإياب حول موضع معين ، وهي حركة تتميز المتذبذبات الميكانيكية .

موضع التوازن المستقر : موضع

التوازن المستقر لمتذبذب ميكانيكي

هو الموضع الذي إذا زُحِجَ عنه المتذبذب يعود إليه ليستقر فيه .





المجموعات الميكانيكية المتذبذبة

عند اللحظة $t=0$ و النبض الخاص هو $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$ حيث T_0 هو الدور الخاص بالحركة.

تعبير الدور الخاص T_0

لدينا تعبير المعادلة التفاضلية هو $\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$ أو $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$ أي $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \Leftrightarrow \omega_0^2 = \frac{k}{m}$ وبما أن $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$ فإن تعبير الدور الخاص هو :

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

لدينا حسب تعبير الدور الخاص : $T_0^2 = 4\pi^2 \frac{m}{k}$ و منه عندما يكون k ثابتا (نحتفظ بنفس النابض و نغير الكتلة) يكبر دور التذبذبات T_0 عندما تكبر الكتلة m ، وعندما تكون m ثابتة (نحتفظ بنفس الكتلة و نغير النابض) يكبر دور التذبذبات T_0 عندما تصغر صلابة النابض k . (يمكن حساب الدور الخاص T_0 اعتمادا على تعبير $x(t)$ و $\ddot{x}(t)$ والتعويض في المعادلة التفاضلية)

تعبير التردد الخاص f_0

لدينا : $f_0 = 1/T_0$ و $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ و منه تعبير التردد الخاص هو :

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

2 نواس اللي

يتكون نواس اللي من قضيب معلق من مركز قصوره G بأحد طرفي سلك معدني ، ندير القضيب أفقيا حول المحور (Δ) ثم نحرره ، يعود القضيب إلى مكان توازنه البدئي مما يدل على أن السلك الملتوي يطبق على القضيب مزدوجة الإرتداد أو اللي عزمها هو : $M_C = -C \cdot \theta$ حيث C هي ثابتة لي السلك وحدتها هي : $N.m.rad^{-1}$ و θ زاوية اللي وحدتها هي rad .

- الجسم المدروس : القضيب .

- جرد القوى المطبقة على القضيب :

- مزدوجة اللي التي عزمها : M_C

- وزن القضيب : \vec{P}

- تأثير السلك : \vec{R}

لدينا حسب العلاقة الاساسية لديناميك لجسم في دوران :

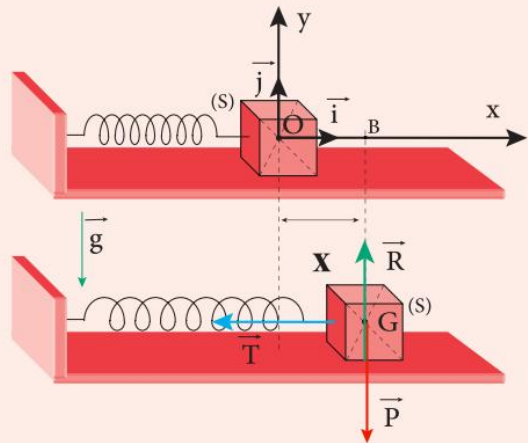
$$\sum M_{\Delta}(\vec{F}_i) = J_{\Delta} \cdot \ddot{\theta}$$

يعني : $M_C + M_{\Delta}(\vec{P}) + M_{\Delta}(\vec{R}) = J_{\Delta} \cdot \ddot{\theta}$

دراسة مجموعات ميكانيكية متذبذبة

II

1 النواس المرن (أو المجموعة جسم صلب- نابض)



نعتبر نواسا مرنا في وضع أفقي. عندما يكون النابض حرا يحتل مركز ثقله الموضع O أصل المعلم ويكون طول النابض هو L_0 ، وعندما يكون مضغوطا أو مطالا يحتل مركز ثقله الموضع B ويكون طول النابض هو L ، في هذه الحالة ، يطبق النابض على الجسم قوة ارتداد \vec{T} تسعى إلى إرجاع الطرف الحر للنابض إلى وضعه البدئي.

يعبر عن قوة الارتداد ب : $\vec{T} = -k \cdot x \cdot \vec{i}$ حيث x هي اطالة النابض $x = L - L_0$ و k صلابة النابض وحدة قياسها هي $N.m^{-1}$

الجسم المدروس : الجسم الصلب (S)

\vec{P} : وزن الجسم S ، \vec{R} : قوة السطح الأفقي ، \vec{T} : قوة ارتداد النابض - حسب القانون الثاني لنيوتن :

لدينا : $\sum \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}$ يعني : $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = m \cdot \vec{a}$

باسقاط هذه العلاقة المتجهية على المحور (Ox) لدينا : $0 + 0 + T = m \cdot a$

يعني : $-k \cdot x = m \cdot a$ ومنه : $m \cdot a + k \cdot x = 0$ يعني : $a + \frac{k}{m}x = 0$

وحيث التسارع a هو : $a = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x}$ المعادلة تصبح :

$$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$$

وهي المعادلة التفاضلية لحركة الجسم الصلب (S). وهي معادلة على شكل

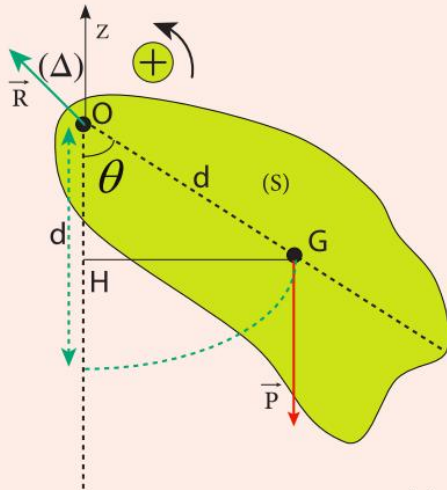
$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$ حيث ω_0 هو النبض الخاص بالحركة ($\omega_0 = 2\pi / T_0$) .

حل المعادلة التفاضلية السابقة يكتب على الشكل

التالي : $x(t) = X_m \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi)$

حيث X_m هو وسع الحركة و $\omega_0 t + \varphi$ طور الحركة التذبذبية، و φ هو الطور

المجموعات الميكانيكية المتذبذبة



3 النواس الوازن

النواس الوازن عبارة عن جسم صلب (S) ذي كتلة m متحرك حول محور (Δ).

في معلم مرتبط بالأرض ندرس حركة النواس الذي عزم قصوره J_{Δ} بالنسبة للمحور (Δ). نعلم موضع الجسم (S) في كل لحظة، بأفصوله الزاوي θ التي يكونها OG مع المحور (Oz).

- الجسم المدروس : الجسم (S).

- جرد القوى المطبقة على الجسم (S) :

\vec{P} : وزن الجسم S ، \vec{R} : القوة المطبقة من طرف المحور (Δ)

حسب العلاقة الأساسية للديناميك للجسم في حالة دوران حول محور ثابت

لدينا : $\sum M_{\Delta}(\vec{F}_i) = J_{\Delta} \cdot \ddot{\theta}$ يعني : $M_{\Delta}(\vec{R}) + M_{\Delta}(\vec{P}) = J_{\Delta} \cdot \ddot{\theta}$

لدينا $M_{\Delta}(\vec{R}) = 0$ ولدينا : $M_{\Delta}(\vec{P}) = -P \cdot HG = -m \cdot g \cdot HG$

يعني : $M_{\Delta}(\vec{P}) = -m \cdot g \cdot d \cdot \sin(\theta)$ إذن $J_{\Delta} \cdot \ddot{\theta} = -m \cdot g \cdot d \cdot \sin(\theta)$

يعني : $J_{\Delta} \cdot \ddot{\theta} + m \cdot g \cdot d \cdot \sin(\theta) = 0$ ومنه : $\ddot{\theta} + \frac{m \cdot g \cdot d}{J_{\Delta}} \cdot \sin(\theta) = 0$

وهي المعادلة التفاضلية لحركة الجسم (S). بحيث إذا كانت الزاوية θ صغيرة

فإن $\sin(\theta) = \theta$ ومنه المعادلة التفاضلية تصبح على شكل :

$$\ddot{\theta} + \frac{m \cdot g \cdot d}{J_{\Delta}} \cdot \theta = 0$$

وهي معادلة على شكل $\ddot{\theta} + \omega_0^2 \cdot \theta = 0$ حيث ω_0 هو النبض الخاص

للحركة. حل المعادلة التفاضلية السابقة يكتب على الشكل التالي:

$$\theta(t) = \theta_m \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

حيث θ_m هو وسع الحركة و $\omega_0 t + \varphi$ طور الحركة التذبذبية، و φ هو الطور

عند اللحظة $t=0$ و النبض الخاص هو $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$ حيث T_0 هو الدور الخاص للحركة.

تعبير الدور الخاص T_0

لدينا حسب تعبير المعادلة التفاضلية : $\omega_0^2 = \frac{m \cdot g \cdot d}{J_{\Delta}}$ يعني :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{m \cdot g \cdot d}{J_{\Delta}}} = \frac{2\pi}{T_0}$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{J_{\Delta}}{m \cdot g \cdot d}}$$

لدينا : $M_{\Delta}(\vec{P}) + M_{\Delta}(\vec{R}) = 0$ لأن اتجاه القوتان \vec{P} و \vec{R} يتقاطعان مع محور الدوران (Δ) ومنه المعادلة الأخيرة تصبح : $-C \cdot \theta = J_{\Delta} \cdot \ddot{\theta}$ يعني : $J_{\Delta} \cdot \ddot{\theta} + C \cdot \theta = 0$ ومنه :

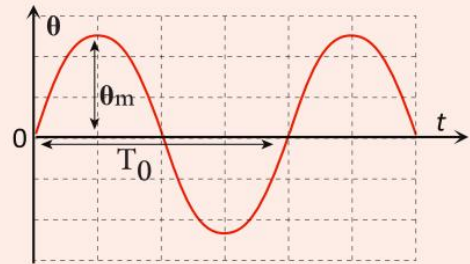
$$\ddot{\theta} + \frac{C}{J_{\Delta}} \cdot \theta = 0$$

وهي المعادلة التفاضلية لحركة القضيبي. وهي معادلة على شكل

$\ddot{\theta} + \omega_0^2 \cdot \theta = 0$ حيث ω_0 هو النبض الخاص للحركة ($\omega_0 = 2\pi / T_0$).

حل المعادلة التفاضلية السابقة يكتب على الشكل التالي:

$$\theta(t) = \theta_m \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi)$$



حيث θ_m هو وسع الحركة و $\omega_0 t + \varphi$ طور الحركة التذبذبية، و φ هو الطور عند اللحظة $t=0$ و النبض الخاص هو $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$ حيث T_0 هو الدور الخاص للحركة.

تعبير الدور الخاص T_0

لدينا : $\theta(t) = \theta_m \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi)$ أي $\dot{\theta}(t) = -\omega_0 \cdot \theta_m \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi)$

ومنه : $\ddot{\theta}(t) = -\omega_0^2 \cdot \theta_m \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi) = -\omega_0^2 \cdot \theta(t)$

وبتعويض ذلك في المعادلة التفاضلية : $\ddot{\theta} + \frac{C}{J_{\Delta}} \cdot \theta = 0$

نجد : $-\omega_0^2 \cdot \theta(t) + \frac{C}{J_{\Delta}} \cdot \theta(t) = 0$ يعني : $-\omega_0^2 + \frac{C}{J_{\Delta}} = 0$

ومنه : $\omega_0^2 = \frac{C}{J_{\Delta}}$ يعني : $\omega_0 = \sqrt{\frac{C}{J_{\Delta}}} = \frac{2\pi}{T_0}$ ومنه تعبير الدور الخاص T_0 هو :

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{J_{\Delta}}{C}}$$

تعبير التردد الخاص f_0

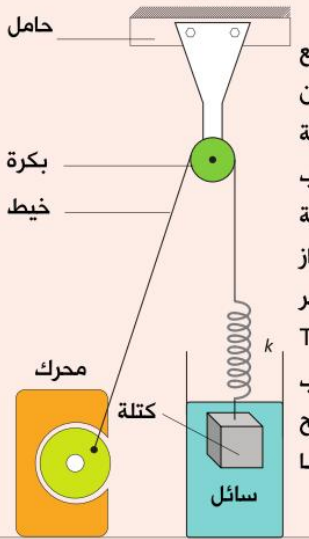
لدينا : $f_0 = 1/T_0$ و $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{C}{J_{\Delta}}}$ ومنه تعبير التردد الخاص هو :

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{C}{J_{\Delta}}}$$

المجموعات الميكانيكية المتذبذبة

III ظاهرة الرنين الميكانيكي

1 الذبذبات القسرية



تخمد حركة المتذبذبات الميكانيكية مع الزمن بفعل الاحتكاكات التي لا يمكن تجاهلها في الواقع و لصيانة حركة هذه المتذبذبات يتم تجميع المتذبذب مع جهاز ملائم يمنحه الطاقة اللازمة (مثلا محرك)، حيث نسمي الجهاز المستعمل **بالمثير**، إذ يفرض هذا الأخير على المتذبذب حركة جيبيية دورها T_e (ذبذبات قسرية)، و نسمي المتذبذب ذو الدور الخاص T_0 **بالرنان**. فتصبح هذه الأخيرة تنجز ذبذبات قسرية دورها $T_0 = T_e$

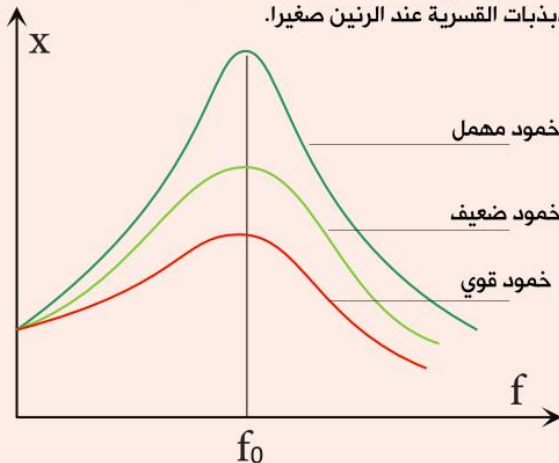
2 تعريف الرنين الميكانيكي .

يتم ربط المتذبذب الميكانيكي مع المثير (محرك) الذي يمنحه الطاقة اللازمة لكي تصير حركته مصونة ، وبذلك يصبح مجبرا على التذبذب بتردد يفرضه المثير عند تغيير تردد المثير نحصل على أقصى وسع لتذبذبات الرنان عندما نضبط تردد المثير (المحرك) على قيمة تساوي التردد الخاص للرنان : $f_e = f_0$ نقول أن المجموعة في حالة رنين.

2 تأثير الخمود على الرنين .

الرنين الحاد : كلما كان الخمود ضعيفا كلما كانت ظاهرة الرنين بارزة فنحصل على الرنين الحاد الذي يتجلى في كون وسع التذبذبات القسرية X_m يأخذ قيمة كبيرة عند الرنين .

الرنين الضبابي : في حالة الخمود القوي يكون الرنين ضبابيا بحيث يصبح وسع الذبذبات القسرية عند الرنين صغيرا.

تعبير التردد الخاص f_0

لدينا : $f_0 = 1/T_0$ و $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{J_{\Delta}}{m \cdot g \cdot d}}$ منه تعبير التردد الخاص هو :

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{m \cdot g \cdot d}{J_{\Delta}}}$$

4 النواس البسيط

النواس البسيط هو حالة خاصة و بسيطة للنواس الوزن. وهو عبارة عن نقطة مادية كتلتها m تتأرجح على مسافة $d = l$ معلقة بخيط غير مدود كتلته مهملة .

عزم قصور النواس البسيط بالنسب للمحور (Δ) هو :

$$J_{\Delta} = m \cdot l^2$$

في حالة الذبذبات الصغيرة لدينا المعادلة التفاضلية

لنواس الوزن هي : $\ddot{\theta} + \frac{m \cdot g \cdot d}{J_{\Delta}} \cdot \theta = 0$ نعوض $J_{\Delta} = m \cdot l^2$ و $d = l$ فنحصل على :

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{l} \cdot \theta = 0$$

وهي المعادلة التفاضلية لحركة النواس البسيط . وهي معادلة على شكل

$$\ddot{\theta} + \omega_0^2 \cdot \theta = 0 \quad \text{حيث } \omega_0 \text{ هو النبض الخاص للحركة } (\omega_0 = 2\pi / T_0)$$

حل المعادلة التفاضلية السابقة يكتب على الشكل التالي:

$$\theta(t) = \theta_m \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

تعبير الدور الخاص T_0 والتردد الخاص f_0

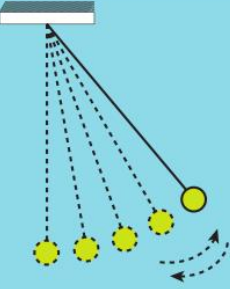
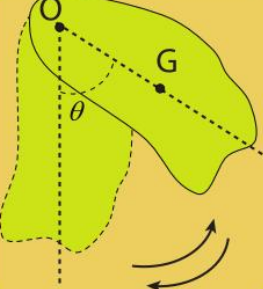
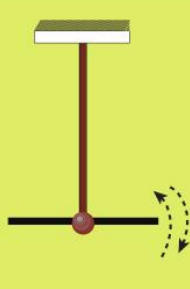
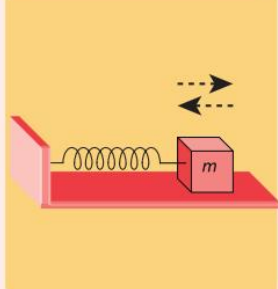
لدينا حسب تعبير المعادلة التفاضلية : $\omega_0^2 = \frac{g}{l}$ يعني :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}} = \frac{2\pi}{T_0} \quad \text{ومنه :}$$

$$T_0 = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$$

لدينا : $f_0 = 1/T_0$ و منه تعبير التردد الخاص هو :

المجموعات الميكانيكية المتذبذبة

نواس بسيط ($\theta < 15^\circ$)	نواس وازن ($\theta < 15^\circ$)	نواس اللي	نواس مرن	
				المجموعة الميكانيكية المتذبذبة
افصول زاوي θ	افصول زاوي θ	افصول زاوي θ	افصول خطي x	الاستطالة
عزم القصور J_Δ $J_\Delta = m.l^2$	عزم القصور J_Δ	عزم القصور J_Δ	الكتلة m	معامل قصور المجموعة
وزن النواس ، عزمه $M_p = -m.g.l.\theta$	وزن النواس ، عزمه $M_p = -m.g.d.\theta$	مزدوجة اللي ، عزمها $M_c = -C.\theta$	القوة المرنة $F = -k.x$	تأثير الارتداد
$\ddot{\theta} + \frac{g}{l}.\theta = 0$	$\ddot{\theta} + \frac{m.g.d}{J_\Delta}.\theta = 0$	$\ddot{\theta} + \frac{C}{J_\Delta}.\theta = 0$	$\ddot{x} + \frac{k}{m}.x = 0$	المعادلة التفاضلية المميزة
$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$	$\omega_0 = \sqrt{\frac{m.g.d}{J_\Delta}}$	$\omega_0 = \sqrt{\frac{C}{J_\Delta}}$	$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$	النبض الخاص
$T_0 = 2\pi.\sqrt{\frac{l}{g}}$	$T_0 = 2\pi.\sqrt{\frac{J_\Delta}{m.g.d}}$	$T_0 = 2\pi.\sqrt{\frac{J_\Delta}{C}}$	$T_0 = 2\pi.\sqrt{\frac{m}{k}}$	الدور الخاص
$f_0 = \frac{1}{2\pi}.\sqrt{\frac{g}{l}}$	$f_0 = \frac{1}{2\pi}.\sqrt{\frac{m.g.d}{J_\Delta}}$	$f_0 = \frac{1}{2\pi}.\sqrt{\frac{C}{J_\Delta}}$	$f_0 = \frac{1}{2\pi}.\sqrt{\frac{k}{m}}$	التردد الخاص
$\theta(t) = \theta_m.\cos(\omega_0 t + \varphi)$	$\theta(t) = \theta_m.\cos(\omega_0 t + \varphi)$	$\theta(t) = \theta_m.\cos(\omega_0 t + \varphi)$	$x(t) = X_m.\cos(\omega_0 t + \varphi)$	المعادلة الزمنية

المظاهر الطاقية

19



المحتوى

- شغل قوة خارجية مطبقة من طرف نابض .
- طاقة الوضع المرنة .
- الطاقة الميكانيكية للمجموعة (جسم صلب - نابض)
- طاقة الوضع للي .
- الطاقة الميكانيكية لنواس اللي .
- الطاقة الميكانيكية للنواس الوازن .

المعارف والمهارات المستهدفة

- معرفة تعبير الشغل الجزئي لقوة .
- معرفة تعبير شغل قوة خارجية مطبقة من طرف نابض
- معرفة تعبير طاقة الوضع المرنة و وحدتها .
- معرفة علاقة شغل قوة مطبقة من طرف نابض بتغير طاقة الوضع المرنة و تطبيقها .
- معرفة تعبير الطاقة الميكانيكية للمجموعة (جسم صلب - نابض) و تطبيقه .
- استغلال انحفاظ وعدم انحفاظ الطاقة الميكانيكية للمجموعة (جسم صلب - نابض)
- استغلال مخططات الطاقة
- معرفة تعبير شغل مزدوجة اللي واستغلاله .
- معرفة تعبير طاقة الوضع للي واستغلاله .
- معرفة علاقة شغل مزدوجة اللي بتغير طاقة الوضع للي وتطبيقها .
- معرفة تعبير الطاقة الميكانيكية لنواس اللي وتطبيقه .
- استغلال انحفاظ و عدم انحفاظ الطاقة الميكانيكية لنواس اللي .
- استغلال تعبير طاقة الوضع الثقالية والطاقة الحركية لتحديد الطاقة الميكانيكية للنواس الوازن .
- استغلال انحفاظ الطاقة الميكانيكية للنواس الوازن.

المظاهر الطاقة

لدينا : $\vec{T} = -k \cdot x \cdot \vec{i}$ و حسب القانون الثالث لنيوتن لدينا : $\vec{F} = -\vec{T}$
ومنه : $\vec{F} = k \cdot x \cdot \vec{i}$

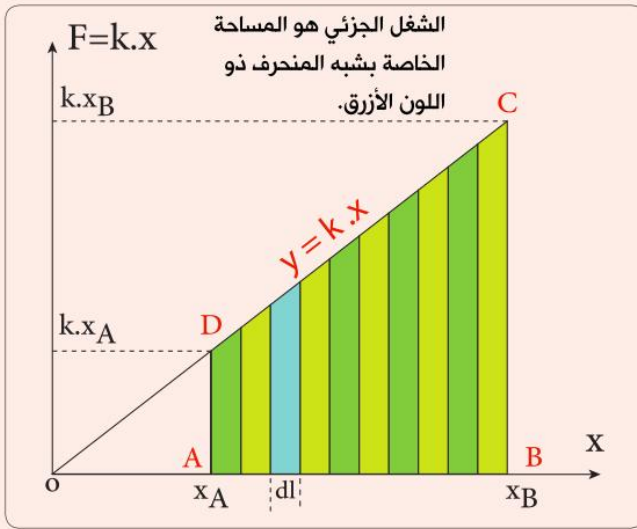
لنحسب شغل القوة الخارجية \vec{F} المطبقة على طرف نابض بين A و B .
الطريقة التحليلية :

لدينا : $\vec{F} = k \cdot x \cdot \vec{i}$ ومنه فإن القوة \vec{F} غير ثابتة ، شغلها الجزئي هو
 $dW(\vec{F}) = \vec{F} \cdot d\vec{l}$ حيث : $d\vec{l} = dx \cdot \vec{i}$ يعني : $dW(\vec{F}) = k \cdot x \cdot dx$
ومنه : $W_{AB}(\vec{F}) = \int_A^B dW(\vec{F}) = \int_A^B k \cdot x \cdot dx = \left[\frac{1}{2} k \cdot x^2 \right]_A^B$

وبالتالي :

$$W_{AB}(\vec{F}) = \frac{1}{2} k \cdot x_B^2 - \frac{1}{2} k \cdot x_A^2$$

الطريقة المبيانية :



المنحنى أعلاه يمثل تغير شدة القوة F بدلالة x .

كما رأينا : $W_{AB}(\vec{F}) = \int_A^B dW(\vec{F})$ و التكامل في الرياضيات بين A و B هو المساحة بين المحور $(y=k \cdot x)$ و محور الافاصل حيث $x_A \leq x \leq x_B$

ومنه الشغل الكلي $W_{AB}(\vec{F})$ هو مساحة شبه المنحرف الملون ABCD

يعني : $W_{AB}(\vec{F}) = S_{ABCD} = S_{OBC} - S_{OAD}$

$$W_{AB}(\vec{F}) = \frac{1}{2} k \cdot x_B^2 - \frac{1}{2} k \cdot x_A^2$$

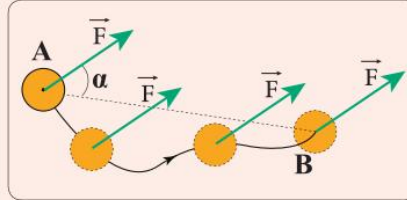
$$W_{AB}(\vec{F}) = E_{pe}(B) - E_{pe}(A)$$

حيث $E_{pe}(A)$ هي طاقة الوضع المرنة في النقطة A و $E_{pe}(B)$ طاقة الوضع المرنة في B

I شغل قوة Travail d'une force

I

1 شغل قوة ثابتة



شغل قوة \vec{F} مطبقة على جسم صلب في إزاحة مستقيمة يساوي الجداء السلمي لمتجهة القوة و متجهة انتقال نقطة تأثيرها، بحيث لايتعلق شغل قوة ثابتة بالمسار ، بل يتعلق بموضعيها البدئي A والنهائي B

$$W_{AB}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{AB}$$

$$W_{AB}(\vec{F}) = F \cdot AB \cdot \cos(\vec{F}, \vec{AB})$$

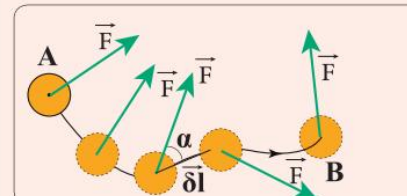
$$W_{AB}(\vec{F}) = F \cdot AB \cdot \cos(\alpha)$$



تذكير : شغل قوة ثابتة لجسم في حالة دوران حول محور ثابت (Δ) هو جداء عزم القوة $M_{\Delta}(\vec{F})$ في تغير الاقصول الزاوي $\Delta\theta$

$$W_{AB}(\vec{F}) = M_{\Delta}(\vec{F}) \cdot \Delta\theta$$

2 الشغل الجزئي لقوة غير ثابتة



خلال انتقال جسم ما بين النقطتين A و B تحت تأثير قوة غير ثابتة فإن الشغل الجزئي للقوة \vec{F} خلال انتقال جزئي $d\vec{l}$ هو :

$$\delta W(\vec{F}) = \vec{F} \cdot d\vec{l}$$

يعني : $\delta W(\vec{F}) = F \cdot dl \cdot \cos(\alpha)$ الشغل الكلي للقوة \vec{F} بين النقطتين

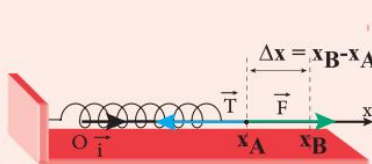
$$W_{AB}(\vec{F}) = \sum_A^B \delta W(\vec{F}) = \sum_A^B \vec{F} \cdot d\vec{l}$$

A و B هو مجموع الاشغال الجزئية :

إذا كان الانتقال الجزئي صغير جدا نعوض δ ب d فنحصل على :

$$W_{AB}(\vec{F}) = \int_A^B dW(\vec{F}) \leftarrow dW(\vec{F}) = \vec{F} \cdot d\vec{l} = F \cdot dl \cdot \cos(\alpha)$$

3 شغل القوة الخارجية المطبقة على طرف نابض



نعتبر نابض لفاته غير متصلة ، كتلته مهملة وصلابته K ، ثبت أحد طرفيه بحامل بينما الطرف الآخر طبقت عليه قوة خارجية \vec{F}



المظاهر الطاقية

وبالتالي فإن :

$$E_m = \frac{1}{2} m v_m^2 = \frac{1}{2} k \cdot X_m^2$$

ومنه نستنتج السرعة القصوى V_m :

$$V_m = X_m \sqrt{\frac{k}{m}}$$

كذلك يمكن أن نحصل على المعادلة التفاضلية للمتذبذب انطلاقاً من الطاقة

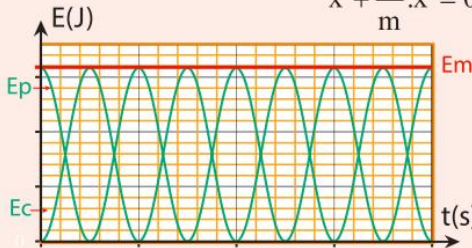
الميكانيكية أي بعملية اشتقاقها بالنسبة للزمن :

$$\frac{dE_m}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} k x^2 \right) = 0 \text{ ومنه : } E_m = cte$$

$$\text{لدينا : } E_m = cte \text{ ومنه : } \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} k x^2 \right) = 0$$

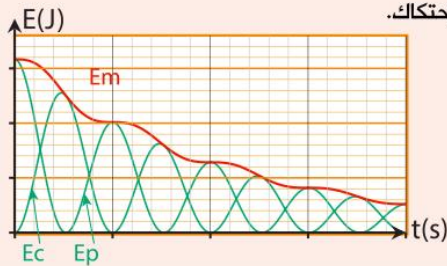
$$\text{يعني : } \frac{1}{2} m \cdot 2 \dot{x} \cdot \ddot{x} + \frac{1}{2} k \cdot 2 x \cdot \dot{x} = 0 \text{ أي : } m \ddot{x} + kx = 0$$

$$\text{وبالتالي : } \ddot{x} + \frac{k}{m} x = 0$$



- عدم إنحفاظ الطاقة الميكانيكية .

إذا كانت الإحتكاكات غير مهمة ، في هذه الحالة يتناقص وسع التذبذبات و بالتالي تتناقص الطاقة الميكانيكية مع مرور الزمن بفعل الإنتقال الحراري الناتج عن الإحتكاك.



III الدراسة الطاقية لنواس اللي

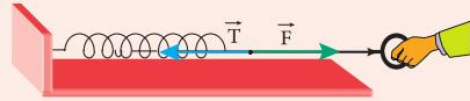
1 الطاقة الحركية للمجموعة

$$E_c = \frac{1}{2} J \Delta \cdot \dot{\theta}^2$$

حيث $J \Delta$ هو عزم قصور القضيبي بالنسبة للمحور (Δ) و $\dot{\theta}$ السرعة الزاويةلدوران القضيبي ، حيث : $\dot{\theta}(t) = -\omega_0 \theta_m \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi)$

II الدراسة الطاقية للنواس المرن في وضع أفقي

1 طاقة الوضع المرنة



طاقة الوضع المرنة للنواس المرن في وضع أفقي هي الطاقة التي يخزنها هذا النواس من جراء تشويه النابض و يعبر عنها بالعلاقة :

$$E_{pe} = \frac{1}{2} k \cdot x^2 + cte$$

وحدة قياس E_{pe} هي الجول (J) و k صلابة النابض وحدتها هي $N \cdot m^{-1}$ و x اطالته حيث : $x(t) = X_m \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi)$ و الثابتة cte تحدد اعتمادا على الحالة المرجعية ، بحيث عند $E_{pe} = 0$ عندما يكون النابض غير مشوه أي

$$x=0 \text{ فإن } cte=0 \text{ ومنه فإن : } E_{pe} = \frac{1}{2} k \cdot x^2$$

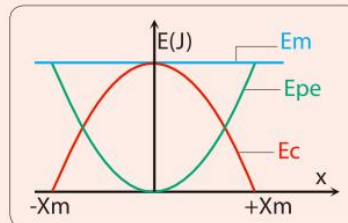
2 الطاقة الميكانيكية.

الطاقة الميكانيكية لمجموعة E_m هي مجموع الطاقة الحركية E_c وطاقة الوضع E_p يعني : $E_m = E_c + E_p$. حيث طاقة الوضع E_p هي مجموع طاقة الوضع الثقالية E_{pp} وطاقة الوضع المرنة E_{pe} : $E_p = E_{pp} + E_{pe}$ ونختار كمرجعاً لطاقة الوضع الثقالية المستوى الأفقي المار من G حيث تكون $E_{pp} = 0$: ومنه : $E_p = E_{pe} = \frac{1}{2} k \cdot x^2$ وبالتالي تعبير الطاقة الميكانيكية هو : $E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} k x^2 + cte$ في حالة $cte=0$ وبتعويض $v = \dot{x}$ نحصل على :

$$E_m = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} k x^2$$

- إنحفاظ الطاقة الميكانيكية .

عندما تكون الاحتكاكات مهمة في هذه الحالة يبقى وسع التذبذبات X_m ثابتاً ، فنحصل على نظام دوري دوره الخاص T_0 ، فيكون عندنا انحفاظ الطاقة الميكانيكية للمجموعة E_m مهما كانت قيم x و v



- عندما تأخذ الاستطالة قيمتها القصوى X_m فان الطاقة الميكانيكية هي :

$$E_m = \frac{1}{2} k \cdot X_m^2$$

تكون الاستطالة منعدمة $x=0$

فان الطاقة الميكانيكية هي $E_m = \frac{1}{2} m v_m^2$



المظاهر الطاقية

ومنه نستنتج السرعة القصوى الزاوية $\dot{\theta}_m$:

$$\dot{\theta}_m = \theta_m \cdot \sqrt{\frac{C}{J_{\Delta}}}$$

كذلك يمكن أن نحصل على المعادلة التفاضلية للمتذبذب انطلاقاً من الطاقة

الميكانيكية أي بعملية اشتقاقها بالنسبة للزمن :

$$\frac{dE_m}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} J_{\Delta} \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} C \theta^2 \right) = 0 \quad \text{لدينا : } E_m = cte \quad \text{ومنه : } \frac{1}{2} J_{\Delta} \cdot 2\dot{\theta} \cdot \ddot{\theta} + \frac{1}{2} C \cdot 2\theta \cdot \dot{\theta} = 0$$

$$J_{\Delta} \cdot \ddot{\theta} + C \theta = 0 \quad \text{أي : } \frac{1}{2} J_{\Delta} \cdot 2\dot{\theta} \cdot \ddot{\theta} + \frac{1}{2} C \cdot 2\theta \cdot \dot{\theta} = 0$$

$$\ddot{\theta} + \frac{C}{J_{\Delta}} \theta = 0 \quad \text{وبالتالي :}$$

عندما تكون الاحتكاكات مهمة في هذه الحالة يبقى وسع التذبذبات θ_m ثابتاً

، فنحصل على نظام دوري دوره الخاص $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{J_{\Delta}}{C}}$ ، فيكون عندنا

انحفاظ الطاقة الميكانيكية للمجموعة E_m ، أما إذا كانت الإحتكاكات غير

مهمة ، في هذه الحالة يتناقص وسع التذبذبات و بالتالي تتناقص الطاقة

الميكانيكية مع مرور الزمن بفعل الإنتقال الحراري الناتج عن الإحتكاك.

IV الدراسة الطاقية لنواس وازن

1 الطاقة الحركية للمجموعة

$$E_c = \frac{1}{2} J_{\Delta} \dot{\theta}^2 \quad \text{الطاقة الحركية لنواس الوازن هي :}$$

حيث J_{Δ} هو عزم قصور القضيبي بالنسبة للمحور (Δ) و $\dot{\theta}$ السرعة الزاوية

لدوران الجسم ، حيث : $\dot{\theta}(t) = -\omega_0 \cdot \theta_m \cdot \sin(\omega_0 t + \phi)$

2 طاقة الوضع الثقالية .

طاقة الوضع الثقالية

للنواس الوازن في مجال

الثقالة هي :

$$E_{pp} = m \cdot g \cdot z + cte$$

cte : ثابتة تتعلق بالحالة

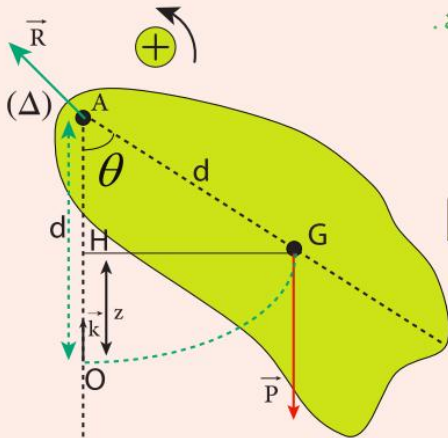
المرجعية حيث $E_{pp} = 0$

عند $z = 0$ ومنه $cte = 0$

حسب الشكل z أنسوب G

مركز قصور النواس هو :

$$z = OA - AH = d - d \cdot \cos(\theta) = d(1 - \cos(\theta))$$



2 طاقة الوضع للناس للمجموعة .

بصفة عامة شغل قوة ثابتة لجسم في حالة دوران حول محور ثابت (Δ) هو :

$$W_{AB}(\vec{F}) = M_{\Delta}(\vec{F}) \cdot \Delta\theta$$

بالعلاقة : $\delta W = M_C \cdot \delta\theta$ حيث M_C هي مزدوجة اللي :

$$M_C = -C \cdot \theta \quad \delta W = -C \cdot \theta \cdot \delta\theta$$

ومنه : $\delta W = -C \cdot \theta \cdot \delta\theta$ أو تكتب على هذا الشكل $dW = -C \cdot \theta \cdot d\theta$

$$W_{\theta_1 \rightarrow \theta_2} = \int_{\theta_1}^{\theta_2} -C \cdot \theta \cdot d\theta$$

$$W_{\theta_1 \rightarrow \theta_2} = \left[-\frac{C \cdot \theta^2}{2} \right]_{\theta_1}^{\theta_2} = -\frac{1}{2} C \cdot \theta_1^2 + \frac{1}{2} C \cdot \theta_2^2$$

يعني : $W_{\theta_1 \rightarrow \theta_2} = \left[-\frac{C \cdot \theta^2}{2} \right]_{\theta_1}^{\theta_2} = -\frac{1}{2} C \cdot \theta_1^2 + \frac{1}{2} C \cdot \theta_2^2$

نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على نواس اللي بين

موضعين أفصولهما تبعا θ_1 و θ_2 :

$$\Delta E_c = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) + W(M_c)$$

$$\Delta E_c = 0 + 0 + \frac{1}{2} C \cdot \theta_1^2 - \frac{1}{2} C \cdot \theta_2^2$$

$$\Delta E_c = \frac{1}{2} C \cdot \theta_1^2 - \frac{1}{2} C \cdot \theta_2^2$$

نمبر إذن عن طاقة الوضع للي بالعلاقة التالية :

$$E_{pt} = \frac{1}{2} C \cdot \theta^2 + cte$$

cte : ثابتة تتعلق بالحالة المرجعية . بحيث عند $E_p = 0$ لدينا $\theta = 0$ ومنه

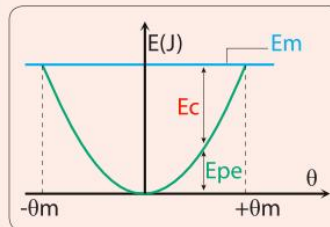
$$cte = 0$$

3 الطاقة الميكانيكية للمجموعة

الطاقة الميكانيكية لمجموعة E_m هي مجموع الطاقة الحركية E_c وطاقة

$$E_m = E_c + E_{pt} = \frac{1}{2} J_{\Delta} \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} C \cdot \theta^2 + cte \quad \text{الوضع : } E_{pt}$$

$$E_m = \frac{1}{2} J_{\Delta} \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} C \cdot \theta^2 \quad \text{إذا كان } cte = 0 \text{ فإن :}$$



عندما تأخذ θ قيمتها القصوى θ_m

فان الطاقة الميكانيكية هي :

$$E_m = \frac{1}{2} C \cdot \theta_m^2 \quad \text{وعندما تكون}$$

$\theta = 0$ فان الطاقة الميكانيكية هي

$$E_m = \frac{1}{2} J_{\Delta} \dot{\theta}_m^2 \quad \text{ومنه :}$$

$$E_m = \frac{1}{2} J_{\Delta} \dot{\theta}_m^2 = \frac{1}{2} C \cdot \theta_m^2$$

المظاهر الطاقية

يعني : $J_{\Delta} \cdot \ddot{\theta} + mg \cdot d \cdot \sin(\theta) = 0$ ومنه : $\ddot{\theta} + \frac{mg \cdot d}{J_{\Delta}} \cdot \sin(\theta) = 0$
 وإذا كانت الزاوية θ صغيرة فإن : $\sin(\theta) \approx \theta$ ومنه نحصل على المعادلة التفاضلية للمتذبذب : $\ddot{\theta} + \frac{mg \cdot d}{J_{\Delta}} \cdot \theta = 0$

في غياب للاحتكاكات تبقى الطاقة الميكانيكية للنواس الوازن في مجال الثقالة ثابتة حيث : $E_m = E_c + E_{pp} = cte$ يعني : $\Delta E_c + \Delta E_{pp} = 0$

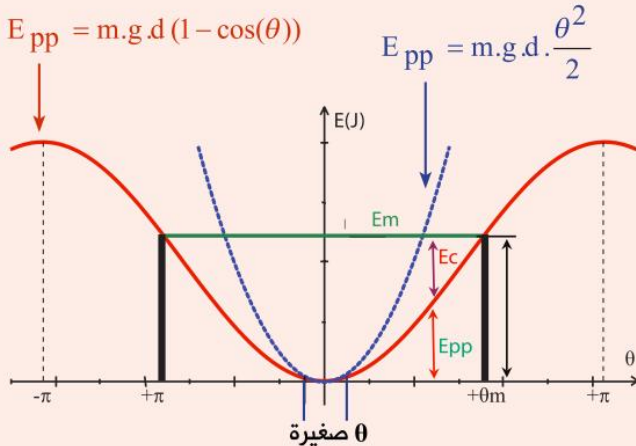
عندما تكون الاحتكاكات مهمة في هذه الحالة يبقى وسع التذبذبات θ_m ثابتا ، فنحصل على نظام دوري دوره الخاص $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{J_{\Delta}}{m \cdot g \cdot d}}$ ، فيكون عندنا

انحفاظ الطاقة الميكانيكية للمجموعة E_m ، أما إذا كانت الاحتكاكات غير مهمة ، في هذه الحالة يتناقص وسع التذبذبات و بالتالي تتناقص الطاقة الميكانيكية مع مرور الزمن بفعل الإنتقال الحراري الناتج عن الاحتكاك.

مخططات الطاقة

لدينا تعبير الطاقة الميكانيكية للنواس الوازن هي :

$$E_m = \frac{1}{2} J_{\Delta} \cdot \dot{\theta}^2 + m \cdot g \cdot d (1 - \cos(\theta))$$



3 الطاقة الميكانيكية للمجموعة

الطاقة الميكانيكية لمجموعة E_m هي مجموع الطاقة الحركية E_c وطاقة الوضع الثقالية E_{pp} :

$$E_m = E_c + E_{pp} = \frac{1}{2} J_{\Delta} \cdot \dot{\theta}^2 + m \cdot g \cdot z + cte$$

إذا كان $cte=0$ فإن :

$$E_m = \frac{1}{2} J_{\Delta} \cdot \dot{\theta}^2 + m \cdot g \cdot z$$

عندما تأخذ z قيمتها القصوى z_m حيث $z_m = d(1 - \cos(\theta_m))$ فإن :

الطاقة الميكانيكية هي :

$$E_m = E_{pp} = m \cdot g \cdot z_m$$

وعندما تكون $z=0$ أي $\theta=0$ ،

لأن : $z = d(1 - \cos(\theta))$

فإن الطاقة الميكانيكية هي

$$E_m = \frac{1}{2} J_{\Delta} \cdot \dot{\theta}_m^2 \quad \text{ومنه :}$$

$$E_m = \frac{1}{2} J_{\Delta} \cdot \dot{\theta}_m^2 = m \cdot g \cdot z_m = m \cdot g \cdot d (1 - \cos(\theta_m))$$

في حالة الزوايا الصغيرة θ يمكن استعمال التقريب التالي :

$$1 - \cos(\theta_m) = \frac{\theta_m^2}{2} \quad \text{ومنه تعبير } E_m \text{ هو :}$$

$$E_m = \frac{1}{2} J_{\Delta} \cdot \dot{\theta}_m^2 = \frac{m \cdot g \cdot d \cdot \theta_m^2}{2}$$

ومنه نستنتج السرعة القصوى الزاوية $\dot{\theta}_m$:

$$\dot{\theta}_m = \theta_m \sqrt{\frac{m \cdot g \cdot d}{J_{\Delta}}}$$

في غياب للاحتكاكات تبقى الطاقة الميكانيكية للنواس الوازن في مجال الثقالة

$$E_m = \frac{1}{2} J_{\Delta} \cdot \dot{\theta}^2 + m \cdot g \cdot d (1 - \cos(\theta)) \quad \text{ثابتة حيث :}$$

ومنه يمكن أن نحصل على المعادلة التفاضلية للمتذبذب انطلاقا من الطاقة

الميكانيكية أي بعملية اشتقاقها بالنسبة للزمن :

لدينا : $E_m = cte$ ومنه :

$$\frac{dE_m}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} J_{\Delta} \cdot \dot{\theta}^2 + m \cdot g \cdot d (1 - \cos(\theta)) \right) = 0$$

$$\frac{1}{2} J_{\Delta} \cdot 2 \cdot \dot{\theta} \cdot \ddot{\theta} + m \cdot g \cdot d \cdot \sin(\theta) \cdot \dot{\theta} = 0 \quad \text{يعني :}$$



المظاهر الطاقة

جدول يلخص أهم المتذبذبات الميكانيكية و مظاهرها الطاقة .

نواس بسيط ($\theta < 15^\circ$)	نواس وازن ($\theta < 15^\circ$)	نواس اللي	نواس مرن	
افصول زاوي θ	افصول زاوي θ	افصول زاوي θ	افصول خطي x	الاستطالة
عزم القصور J_Δ $J_\Delta = m.l^2$	عزم القصور J_Δ	عزم القصور J_Δ	الكتلة m	معامل قصور المجموعة
وزن النواس ، عزمه $M_p = -m.g.l.\theta$	وزن النواس ، عزمه $M_p = -m.g.d.\theta$	مزدوجة اللي ، عزمها $M_c = -C.\theta$	القوة المرنة $F = -k.x$	تأثير الارتداد
$\ddot{\theta} + \frac{g}{l}.\theta = 0$	$\ddot{\theta} + \frac{m.g.d}{J_\Delta}.\theta = 0$	$\ddot{\theta} + \frac{C}{J_\Delta}.\theta = 0$	$\ddot{x} + \frac{k}{m}.x = 0$	المعادلة التفاضلية المميزة
$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$	$\omega_0 = \sqrt{\frac{m.g.d}{J_\Delta}}$	$\omega_0 = \sqrt{\frac{C}{J_\Delta}}$	$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$	النبض الخاص
$T_0 = 2\pi.\sqrt{\frac{l}{g}}$	$T_0 = 2\pi.\sqrt{\frac{J_\Delta}{m.g.d}}$	$T_0 = 2\pi.\sqrt{\frac{J_\Delta}{C}}$	$T_0 = 2\pi.\sqrt{\frac{m}{k}}$	الدور الخاص
$f_0 = \frac{1}{2\pi}.\sqrt{\frac{g}{l}}$	$f_0 = \frac{1}{2\pi}.\sqrt{\frac{m.g.d}{J_\Delta}}$	$f_0 = \frac{1}{2\pi}.\sqrt{\frac{C}{J_\Delta}}$	$f_0 = \frac{1}{2\pi}.\sqrt{\frac{k}{m}}$	التردد الخاص
$\theta(t) = \theta_m.\cos(\omega_0 t + \varphi)$	$\theta(t) = \theta_m.\cos(\omega_0 t + \varphi)$	$\theta(t) = \theta_m.\cos(\omega_0 t + \varphi)$	$x(t) = X_m.\cos(\omega_0 t + \varphi)$	المعادلة الزمنية
$E_{pp} = m.g.l.\frac{\theta^2}{2}$	$E_{pp} = m.g.d.\frac{\theta^2}{2}$	$E_{pt} = \frac{1}{2}.C.\theta^2$	$E_{pe} = \frac{1}{2}.k.x^2$	طاقة الوضع
$E_c = \frac{1}{2}.J_\Delta.\dot{\theta}^2$	$E_c = \frac{1}{2}.J_\Delta.\dot{\theta}^2$	$E_c = \frac{1}{2}.J_\Delta.\dot{\theta}^2$	$E_c = \frac{1}{2}.m.\dot{x}^2$	الطاقة الحركية
$E_m = \frac{1}{2}.J_\Delta.\dot{\theta}_m^2 = m.g.l.\frac{\theta_m^2}{2}$	$E_m = \frac{1}{2}.J_\Delta.\dot{\theta}_m^2 = m.g.d.\frac{\theta_m^2}{2}$	$E_m = \frac{1}{2}.J_\Delta.\dot{\theta}_m^2 = \frac{1}{2}.C.\theta_m^2$	$E_m = \frac{1}{2}.m.V_m^2 = \frac{1}{2}.k.X_m^2$	الطاقة الميكانيكية لمجموعة محافظة
$\dot{\theta}_m = \theta_m.\sqrt{\frac{g}{l}}$	$\dot{\theta}_m = \theta_m.\sqrt{\frac{m.g.d}{J_\Delta}}$	$\dot{\theta}_m = \theta_m.\sqrt{\frac{C}{J_\Delta}}$	$V_m = X_m.\sqrt{\frac{k}{m}}$	السرعة القصوى
$\dot{\theta}_m = \theta_m.\omega_0$	$\dot{\theta}_m = \theta_m.\omega_0$	$\dot{\theta}_m = \theta_m.\omega_0$	$V_m = X_m.\omega_0$	العلاقة بين السرعة القصوى و النبض الخاص



الذرة وميكانيك نيوتن

20

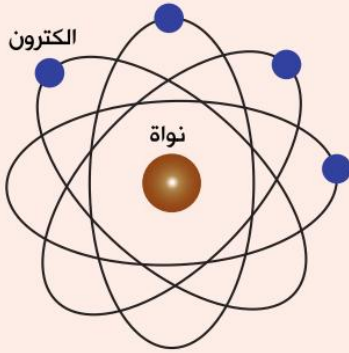
المحتوى

- حدود ميكانيك نيوتن
- تكمية التبادلات الطاقية
- تكمية مستويات الطاقة لذرة و لجزيئة، ولنواة .
- تطبيقات على الأطياف .
- ثابتة بلانك h ، العلاقة $\Delta E = h \cdot \nu$.

المعارف والمهارات المستهدفة

- معرفة تعبيرى قوة التأثير البيئي التجاذبي، وقوة التأثير البيئي الكهرساكن .
- تعرف أن طاقة الذرة كمكامة .
- معرفة أن ميكانيك نيوتن لا تمكن من تفسير تكمية طاقة الذرة .
- معرفة واستغلال العلاقة : $\Delta E = h \cdot \nu = h \cdot \frac{c}{\lambda}$.
- معرفة العلاقة بين الإلكترون فولط والجول .
- تفسير طيف الحزات .

الذرة وميكانيك نيوتن



2 النموذج الكوكبي الذري

اقترح العالم الفيزيائي إيرنست رذرفورد (Rutherford) في مطلع القرن العشرين نموذجاً كوكبياً للذرة حيث تلعب فيه النواة دوراً شبيهاً بالكوكب، و تلعب الإلكترونات في مداراتها دوراً شبيهاً بأقمار هذا الكوكب. ورغم أن قوى التأثير التجاذبي (بين الكوكب والأقمار)، وقوى التأثير البيني الكهروساكن (بين النواة والإلكترونات) تتغيران حسب نفس المقدار $\frac{1}{AB^2}$ ولكن بنية المجموعة الكوكبية وبنية المجموعة الذرية مختلفتين.

والنسبة للمجموعة الكوكبية (أرض-قمر صناعي) وحسب ميكانيك نيوتن : شعاع مدار القمر الاصطناعي وطاقة المجموعة يأخذان جميع القيم الممكنة وذلك حسب الشروط البدئية.

3 حدود ميكانيك نيوتن

أما بالنسبة للمجموعة الذرية (نواة-إلكترون) وحسب ميكانيك نيوتن : فإن شعاع مدار الإلكترون حول النواة يمكن أن يأخذ جميع القيم وبالتالي فإن حجم الذرة سيأخذ جميع القيم الممكنة وهذا غير صحيح ، مما يبين أن ميكانيك نيوتن تبقى عاجزة عن تفسير الظواهر التي تحدث على مستوى الذرات. ومن بينها مستويات الطاقة .

II تكمية التبادلات الطاقة

1 تعريف

عندما تصطدم ذرة بدقائق مادية أو عندما يحدث تأثير بيني بين الذرة و الشعاع الضوئي، يحدث تبادل للطاقة بكميات منفصلة و محددة ، فنقول إن هذه الطاقة المتبادلة كمّية quantique .

2 نموذج الفوتون

طور اينشتاين فكرة ماكس بلانك التي تقول أن الضوء موجة كهرومغناطيسية تحمل طاقة كمّات E ، حيث أثبت أن هذه الطاقة تحملها دقائق تسمى الفوتونات، هذه الأخيرة عبارة عن دقائق ليست لها كتلة أو شحنة، و تنتقل في الفراغ بسرعة الضوء $c = 3.10^8 \text{ m.s}^{-1}$ ، بحيث:

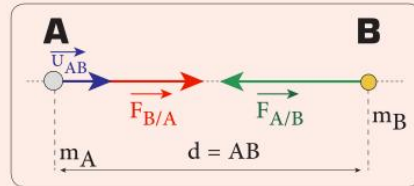
$$E = h \cdot \nu = h \cdot \frac{c}{\lambda}$$

E : طاقة الفوتون ويعبر عنها بالكيلو إلكترون فولط eV حيث : $1 \text{ eV} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$
 ν : تردد الموجة بالهرتز Hz و λ : طول الموجة بالمتر m و h : ثابتة بلانك حيث $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ S.I}$

I حدود ميكانيك نيوتن (الكلاسيكية)

1 قانون نيوتن و قانون كولوم

قانون نيوتن : نعتبر جسمين ماديين نقطيين A و B كتلتاهما m_A و m_B وتفصل بينهما المسافة $d = AB$ يطبق أحدهما على الآخر قوة تجاذب عن بعد تسمى قوة التجاذب الكوني، تعبيرها هو :

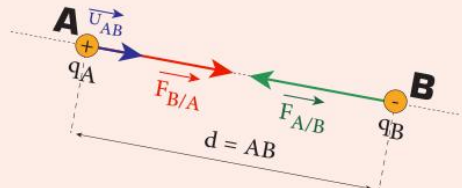


$$\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A} = -\frac{G \cdot m_A \cdot m_B}{AB^2} \vec{u}_{AB}$$

$$F_{A/B} = G \cdot \frac{m_A \cdot m_B}{AB^2} \quad \text{منظم هذه القوة :}$$

حيث : $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ ثابتة التجاذب الكوني و \vec{u}_{AB} متجهة واحدة موجهة من A نحو B .

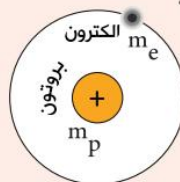
قانون كولوم : نعتبر جسمان نقطيان A و B شحنتاهما q_A و q_B و كتلتاهما مهملة.



يطبق كل جسم على آخر قوة تجاذب أو تنافر اتجاهها هو المستقيم المار من A و منحاهما يتعلق بإشارتي q_A و q_B ، و شدتها تكتب على الشكل التالي:

$$F_{A/B} = K \cdot \frac{|q_A| \cdot |q_B|}{AB^2}$$

حيث K ثابتة تتعلق بالوسط ، قيمتها في الفراغ هي : $K = 9 \cdot 10^9 \text{ (S.I)}$ ملحوظة : التأثير البيني التجاذبي في الذرة مهمل أمام التأثير البيني الكهروساكن. مثلاً في حالة ذرة الهيدروجين : $F_g \ll F_e$



$$\frac{F_g}{F_e} = \frac{G \cdot m_e \cdot m_p}{K \cdot e \cdot e} \approx 4.4 \cdot 10^{-40}$$

Fe هي شدة القوة الكهروساكنة و F_g : شدة قوة التأثير البيني التجاذبي .



الذرة وميكانيك نيوتن

2 تكمية مستويات الطاقة في الجزيئات و النوى

- خلال التأثيرات البينية بين الذرات تتشكل الجزيئات فيزداد عدد مستويات الطاقة و يكبر وسعها حيث تتعلق الطاقة الكمما للجزيئات بالالكترونات، و باهتزازات الجزيئة و بدورانها.
إن طاقة النواة كمما (مثل الذرة) ، إذ تنقل النواة من مستوى طاقي إلى آخر مثل الذرة و الجزيئة ، كما يمكن للنواة أن تثار بفعل اصطدامها مع دقيقة مادية عالية الطاقة.

3 خلاصة

تتوفر الذرة والجزيئة والنواة على مستويات طاقة كمما : عندما تتبادل هذه المجموعات طاقة مع الوسط الخارجي فإنها تنتقل من مستوى طاقتها E_p إلى مستوى طاقتها E_n أو العكس : وهذه الطاقة المتبادلة هي :

حيث : $E_n > E_p$

$$\Delta E = E_n - E_p$$

التبادلات الطاقية للجزيئة تكون ب meV وللذرة ب eV وللنواة ب MeV

IV تطبيقات على الأطياف

1 تعريف

طيف ضوء هو مجموع الإشعاعات التي يتكون منها ضوء ويتميز كل إشعاع بطول موجة λ في الفراغ .

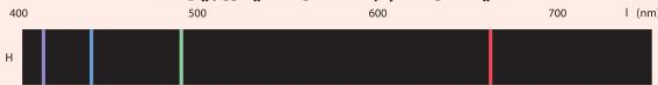
2 طيف ذرة.

طيف الانبعاث : يتكون طيف الانبعاث لعنصر كيميائي من حزات طيفية تمثل الإشعاعات الأحادية اللون التي تركب الضوء الذي تبعثه ذرات هذا العنصر عند إثارتها.

طيف الامتصاص : طيف الامتصاص لعنصر كيميائي هو طيف الضوء الأبيض تنقصه الإشعاعات الأحادية اللون التي تمتصها ذرات هذا العنصر و التي تظهر على شكل حزات مظلمة.

مثال :

طيف حزات الانبعاث لذرة الهيدروجين H



طيف حزات الامتصاص لذرة الهيدروجين H

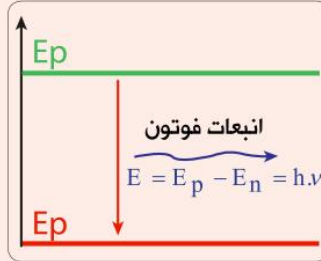
عندما تنتقل ذرة من مستوى طاقي E_p إلى مستوى آخر E_n اقل، تفقد هذه الذرة طاقة تبعثها على شكل إشعاع تردده ν . بحيث :

$$\Delta E = E_p - E_n = h\nu$$

- كلما كان الفرق ΔE كبيرا كلما كان التردد ν أكبر.
- لا تتعلق مستويات الطاقة لذرة إلا بطبيعتها، حيث تبعث هذه الأخيرة إشعاعات تميزها.
- ترددات الإشعاعات المنبعثة تحددتها مستويات الطاقة.

3 موضوعات بوهر Postulats de Bohr

- لتفسير التأثير البيني بين الذرة و إشعاع ضوئي، وضع الفيزيائي بوهر موضوعات تحمل اسمه، وهي :
- يدور الإلكترون حول النواة في مستويات طاقية كمما ، أي محددة.
- الذرة لا توجد إلا في مستويات طاقية معينة، أي لا تتواجد الإلكترونات بين مستويات الطاقة.
- تغيرات الطاقة لذرة ما تغيرات كمما.
- عندما ينتقل الإلكترون من مستوى طاقي E_p إلى مستوى طاقي أصغر E_n يتم انبعاث فوتون (امتصاص فوتون في حالة $E_p < E_n$) تردده ν حيث :



$$E_p - E_n = h\nu = h \cdot \frac{c}{\lambda}$$

III تكمية مستويات الطاقة

1 تكمية مستويات الطاقة في الذرة

- نميز كل مستوى طاقي بعدد صحيح طبيعي n يسمى العدد الكمي، حيث : $n = 1, 2, 3, 4, \dots, \infty$
- المستوى الذي يوافق العدد $n=1$ يسمى بالمستوى الأساسي و هو المستوى ذي الطاقة الأصغر.
- المستويات التي توافق العدد $n > 1$ تسمى بالمستويات المثارة .
- المستوى الذي يوافق العدد $n=\infty$ يسمى بمستوى التآين في هذه الحالة تكون الإلكترونات غير مرتبطة بالنواة.
- الإنتقال هو المرور من حالة إلى حالة أخرى ذات مستوى طاقي أكبر (إثارة) أو ذات مستوى طاقي أصغر (فقدان الإثارة) .

n	E (eV)
∞	0.00
6	-0.38
5	-0.54
4	-0.85
3	-1.51
2	-3.40
1	-13.6

يمكن حساب قيم مستويات الطاقة اعتمادا على العلاقة التالية :

$$E_n = \frac{-13.6 \text{ eV}}{n^2}$$

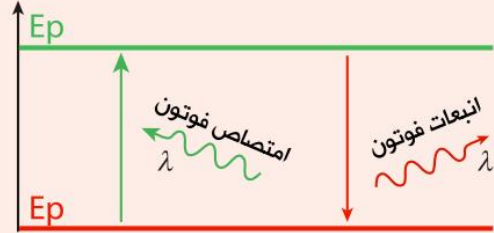
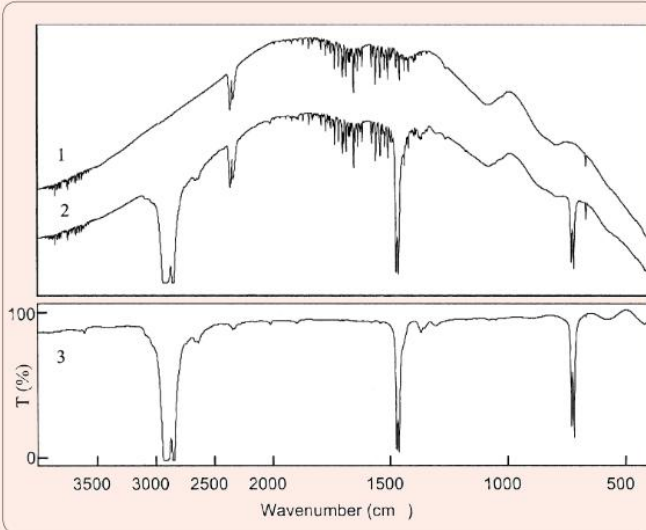
n	En
1	-13,6
2	-3,4
3	-1,511
4	-0,85
5	-0,544
6	-0,378
7	-0,277

الذرة وميكانيك نيوتن

2 أطياف الجزيئات و النوى

- يتكون طيف الامتصاص لجزيئة من جزيئات مجالات الامتصاص، حيث تنخفض الشدة الضوئية للإشعاع ممتص فجأة و توافق كل قمة مقلوبة تردد الإشعاع الممتص، و يمكن تحليل طيف الامتصاص لجزيئة من التعرف عن هذه الأخيرة لكونه يقدم معلومات عن المجموعات الوظيفية، و عن الروابط التي تحتوي عليها الجزيئة.

- طاقة النوى هي أيضا مكماة، ففي النشاط الإشعاعي نحصل على نواة متولدة في إثارة، و عند فقدانها لهذه الإثارة ينتج عن كل ذلك أنبعاث فوتونات ذات طاقة عالية تميز النوى الباعثة.



لحساب طول موجة الإنبعاث أو الإمتصاص λ :
لدينا : $E_p - E_n = h \cdot \nu = h \cdot \frac{c}{\lambda}$ ولدينا : $E_n = \frac{-E_0}{n^2}$ وكذلك :
 $E_p = \frac{-E_0}{p^2}$ حيث : $E_0 = 13.6 \text{ eV}$ ومنه :
$$h \cdot \frac{c}{\lambda} = \frac{-E_0}{p^2} + \frac{E_0}{n^2} = E_0 \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2} \right)$$

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{E_0}{h \cdot c} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2} \right)$$

يعني :

حيث : $R_h = \frac{E_0}{h \cdot c}$ هي ثابتة ريدبرغ $R_h = 1.0973 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$

